

§ 3 式の値

1. $x = \frac{4}{3+\sqrt{5}}, y = \frac{4}{3-\sqrt{5}}$ のとき、 $x^2 + y^2, x^3 + y^3, \sqrt{x} - \sqrt{y}$ の値を求めよ。

(名城大)

2. $x + y + z = 2, xy + yz + zx = 1, xyz = -1$ のとき、次の式の値を求めよ。

(1) $x^2 + y^2 + z^2$

(2) $x^3 + y^3 + z^3$

(3) $x^2(y+z) + y^2(z+x) + z^2(x+y) - 3xyz - (x+y+z)$

(山形大)

3. $a + b = 5, ab = 3$ のとき、 $a^2 + b^2 = [\text{ア}]$, $a^3 + b^3 = [\text{イ}]$, $a^5 + b^5 = [\text{ウ}]$ である。

(愛知学泉大)

4. $x = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}, y = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ のとき、 $x + y = [\text{ア}]$, $xy = [\text{イ}]$ である。したがって

$$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = [\text{ウ}], \frac{y}{x^2} + \frac{x}{y^2} = [\text{エ}], \frac{y^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2} = [\text{オ}] \text{ である。}$$

(九州国際大)

5. $x + y = 1, x^2 + y^2 = 3$ のとき、次の式の値を求めよ。

(1) $x^3 + y^3$

(2) $x^7 + y^7$

(東北学院大)

6. $x + y + z = 6, xy + yz + zx = 4, xyz = 3$ のとき、次の式の値を求めよ。

(1) $x^3 + y^3 + z^3$

(2) $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}$

(3) $(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2$

(神戸国際大)

7. a, b, c が $a+b+c=1, a^2+b^2+c^2=3, \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$ を満たすとき、

(1) abc の値を求めよ。

(2) $a^3+b^3+c^3-3abc$ の値を求めよ。

(3) $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$ の値を求めよ。

(鳥取大)

8. $x+\frac{1}{x}=5$ のとき、 $x^2+\frac{1}{x^2}, x^3+\frac{1}{x^3}, x-\frac{1}{x}$ の値を求めよ。

(中央大)

9. $a=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ のとき、 $a+\frac{1}{a}=[ア]$ となり、 $a^2+\frac{1}{a^2}=[イ]$ となる。

また、 $a^3+\frac{1}{a^3}=[ウ]$ となり、 $a^4-\frac{1}{a^4}=[エ]$ となる。

(摂南大)

10. $x-\frac{1}{x}=\sqrt{3}, x>0$ のとき、 $x+\frac{1}{x}, x^3-\frac{1}{x^3}$ の値を求めよ。

(金沢工業大)

11. $x^2-3x+1=0$ のとき、 $x+\frac{1}{x}=[ア]$ であり、 $x^2+\frac{1}{x^2}=[イ]$ である。

(千葉工業大)

12. $x^2+\frac{1}{x^2}=3$ のとき、次の式の値を求めよ。

(ア) $x^3+\frac{1}{x^3}$ (イ) $x^4+\frac{1}{x^4}$ (ウ) $x^5+\frac{1}{x^5}$

(岐阜女子大)

13. $a>1$ とする。 $a^2+\frac{1}{a^2}=7$ のとき、 $a-\frac{1}{a}, a^2-\frac{1}{a^2}, a^3+\frac{1}{a^3}, a^4+\frac{1}{a^4}$ の値を求めよ。

(近畿大)

14. $(4\sqrt{2}-2)(2+3\sqrt{2})$ の整数部分を求めよ。

(法政大)

15. $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ の整数部分を a 、小数部分を b とする。 $a = [\text{ア}]$ 、 $b = [\text{イ}]$ 、
 $b^3 + 2a(1-b) = [\text{ウ}]$ である。

(東海大)

16. $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ の整数部分を a 、小数部分を b とおく。

- (1) a の値を求めよ。
(2) $b^2 + 2b + 3$ の値を求めよ。

(明治大)

17. $\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}$ の分母を有理化すると、 $[\text{ア}]$ となり、その整数部分は $[\text{イ}]$ であり、小数部
分を a とするとき、 $a + \frac{4}{a}$ の値は $[\text{ウ}]$ となる。

(明治学院大)

18. $\sqrt{14+6\sqrt{5}}$ の整数部分を a 、小数部分を b とする。このとき、 $a, b^2 + \frac{1}{b^2}, b^3 + \frac{1}{b^3}$
の値を求めよ。

(青山学院大)

19. \sqrt{n} の整数部分が 50 であるような自然数 n は [] 個ある。

(立教大)

求値問題

1. 順に $28, 144, -\sqrt{2}$
2. (1) 2 (2) -1 (3) 0
3. [ア] 19 [イ] 80 [ウ] 1475
4. [ア] 10 [イ] 1 [ウ] 98
[エ] 970 [オ] 9602
5. (1) 4 (2) 29
6. (1) 153 (2) $-\frac{20}{9}$ (3) 48
7. (1) -1 (2) 4 (3) 3
8. 順に $23, 110, \pm\sqrt{21}$
9. [ア] $\sqrt{6}$ [イ] 4 [ウ] $3\sqrt{6}$ [エ] $8\sqrt{3}$
10. 順に $\sqrt{7}, 6\sqrt{3}$
11. [ア] 3 [イ] 7
12. [ア] $\pm 2\sqrt{5}$ [イ] 7 [ウ] $\pm 5\sqrt{5}$
13. 順に $\sqrt{5}, 3\sqrt{5}, 18, 47$
14. 22
15. [ア] 3 [イ] $\sqrt{3}-1$ [ウ] 2
16. (1) 2 (2) 4
17. [ア] $9+4\sqrt{5}$ [イ] 17 [ウ] $5\sqrt{5}-6$
18. 順に $5, 18, 34\sqrt{5}$
19. 101