

§ 3-2 式の値 ②

1. $x^2 + 5y^2 + 4xy - 4x - 14y + 13 = 0$ を満たす実数 x, y の値を求めよ。

(昭和薬大)

2. $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ のとき、次の問いに答えよ。

(1) x の分母を有理化せよ。

(2) $x^2 - 10x + 2$ の値を求めよ。

(北海道工大)

3. $x = \sqrt{3} - 2$ のとき、 $x^4 + (4 - \sqrt{3})x^3 + (3 - 4\sqrt{3})x^2 + (5 - \sqrt{3})x - 5$ の値を求めよ。

(法政大)

4. $x = 1 + \sqrt{3}$ のとき、 $x^2 - 2x = [\text{ア}]$ であり、 $x^3 - 4x^2 + 6x + 5 = [\text{イ}]$ である。

(京都産業大)

5. $x = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$, $y = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$ のとき、 $x + y, 5x^2 + 2xy + 5y^2$ の値を求めよ。

(奈良大)

6. $x + y = \sqrt{3}$, $x^2 + y^2 = 5$ のとき、 $x^3 + y^3$ は $[\text{ア}]$ であり、 $\frac{y}{x^2} + \frac{x}{y^2}$ は $[\text{イ}]$ である。

(神戸薬科大)

7. $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{5}$ のとき、 $x + \frac{1}{x} = [\text{ア}]$ 、 $x^3 + \frac{1}{x^3} = [\text{イ}]$ である。

(関西学院大)

8. $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$, $x > 0$ のとき、 $x + \frac{1}{x}$ 、 $x^3 - \frac{1}{x^3}$ の値を求めよ。

(金沢工大)

9. $t - \frac{1}{t} = 3$ のとき、 $t^4 + \frac{1}{t^4} = [\text{ア}]$ である。

(関西大)

10. $\frac{1}{3 - \sqrt{7}}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、 a, b および $a^2 + 2ab + 4b^2$ の値を求めよ。

(摂南大)

11. $\sqrt{14+6\sqrt{5}}$ の整数部分を a 、小数部分を b とする。このとき、 $a, b^2 + \frac{1}{b^2}, b^3 + \frac{1}{b^3}$ の値を求めよ。

(青山学院大)

12. $\sqrt{2}$ の整数部分を a 、 $\sqrt{5}$ の小数部分を b とする。このとき、 $\frac{1}{4}\left(a + \frac{1}{a}\right)\left(b + \frac{1}{b}\right), \frac{1}{4}\left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right)\left(b^3 + \frac{1}{b^3}\right)$ の値を求めよ。

(摂南大)

13. 互いに異なる実数 a, b, c が $\frac{(a-b)^2}{c} + 3c = \frac{(b-c)^2}{a} + 3a = 2$ を満たすとき、 $a+b+c$ の値を求めよ。

(浜松大)

14. $a = \frac{2}{3-\sqrt{5}}$ のとき、 $a + \frac{1}{a}, a^2 + \frac{1}{a^2}, a^5 + \frac{1}{a^5}$ の値をそれぞれ求めよ。

(鹿児島大)

15. $\frac{x-y}{z} = \frac{y+z}{x} = \frac{z+7x}{y} = k$ とするとき、 k のとる値を小さい順に並べよ。

(近畿大)

16. 実数 x, y, z が $\frac{x+y}{5} = \frac{y+2z}{4} = \frac{z+3x}{10}$ を満たしている。 $x^3 + y^3 + z^3 = -36$ が成り立つのは、 $\frac{x+y}{5} = \frac{y+2z}{4} = \frac{z+3x}{10}$ の値が [ア] のときである。

(関西大)

17. $-(x+y) = \frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{3} \neq 0$ のとき、 $y = [\text{ア}]$ で、 $\frac{x^2 + y^2 + z^2}{xy + yz + zx} = [\text{イ}]$ である。

(玉川大)

18. $x + y + z = 3, xy + yz + zx = -10, xyz = -24$ のとき、次の式の値を求めよ。

- (1) $x^2 + y^2 + z^2$
- (2) $x^2 y^2 + y^2 z^2 + z^2 x^2$
- (3) $(x+1)(y+1)(z+1)$
- (4) $(x+y)(y+z)(z+x)$

(大阪経済大)

19. $a+b+c = 7, a^2 + b^2 + c^2 = 9$ のとき、 $ab+bc+ca = [\text{ア}]$ である。

さらに、 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{3}$ ならば $abc = [\text{イ}]$ であり、 $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = [\text{ウ}]$ である。

(千葉工大)

20. a, b, c が0でない実数で、 $a + b + c = 0$ のとき、

$a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ の値を求めよ。

(松山大)

21. a, b, c が $a + b + c = 1$, $a^2 + b^2 + c^2 = 4$, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ を満たすとき、次の式の値

を求めよ。

(1) $ab + bc + ca$

(2) $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$

(3) $\left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{b} + \frac{b}{c}\right)\left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a}\right)$

(同志社女子大)

§3-2 式の値 ②

1. $(x, y) = (-4, 3)$

2. (1) $5 + 2\sqrt{6}$ (2) 1

3. $-1-3\sqrt{3}$

5. 12, 712

7. $[\mathcal{A}] = 3, [\mathcal{I}] = 18$

9. 119

11. 5, 18, $34\sqrt{5}$

13. 1

15. -3, 1, 2

17. $[\mathcal{A}] = 0, [\mathcal{I}] = -\frac{17}{4}$

19. $[\mathcal{A}] = 20, [\mathcal{I}] = 60, [\mathcal{U}] = -440$

21. (1) $-\frac{3}{2}$ (2) $\frac{7}{3}$ (3) $\frac{25}{3}$

4. $[\mathcal{A}] = 2, [\mathcal{I}] = 5+4\sqrt{3}$

6. $[\mathcal{A}] = 6\sqrt{3}, [\mathcal{I}] = 6\sqrt{3}$

8. $\sqrt{7}, 6\sqrt{3}$

10. $2, \frac{\sqrt{7}-1}{2}, 10$

12. $\sqrt{10}, 85\sqrt{10}$

14. 3, 7, 123

16. -1

18. (1) 29 (2) 244 (3) -30 (4) -6

20. -3