§４　２次関数

１．点$(1, 5)$を通り、頂点の座標が$(2, 3)$である放物線の方程式は$y =$ [　　] である。

(2011 京都産業大)

２．放物線$y = x^2 + ax + b$を原点に関して対称移動し、更にy軸方向に8だけ平行移動すると、放物線$y = -x^2 + 7x + 5$が得られるという。定数a, bの値を求めよ。

(2006 北海学園大)

３．放物線$y = x^2 + 2x - 48$をy軸方向へp平行移動させたとき、頂点のy座標が-61になったという。このとき、pの値を求めよ。

(2008 東北工大)

４．放物線$\mathrm{P}: y = 2x^2 - 3x + 4$を$x$軸方向に$2$, y軸方向に-10平行移動すれば、$y =$ [　　] が得られる。

(2008 摂南大)

５．放物線$y = x^2 + 2x + 3$をx軸の正の方向に [ア] , y軸の正の方向に [イ] だけ平行移動し、さらにx軸に関して対称に移動すると放物線$y = (1 - x)(2 + x)$が得られる。

(2007 芝浦工大)

６．2次関数線$y = 2x^2 + 4x$のグラフをx軸方向にa, y軸方向にbだけ平行移動すると、x軸と2点$(3, 0)$, $(7, 0)$で交わるという。このとき、a, bの値を求めよ。

(2003 日本工大)

７．放物線$y = x^2 + ax + b$を原点に関して対称移動し、さらにy軸方向に8だけ平行移動すると、放物線$y = -x^2 + 7x + 5$が得られるという。定数a, bの値を求めよ。

(2006 北海学園大)

８．放物線$y = 2x^2 - 6x + 7$の頂点の座標は [ア] であり、この放物線をx軸方向に-1, y軸方向に$+2$だけ平行移動してできる放物線の方程式は$y =$ [イ] である。

(2006 京都産業大)

９．放物線$y = x^2 + 4x + 12$は、放物線$y = x^2 - 2x + 4$をx軸方向に [ア] , y軸方向に [イ] だけ平行移動したものである。

(2004 金沢工大)

10．放物線$y = x^2 - 2x - 2$を原点に関して対称移動し、更に、直線$y = 1$に関して対称移動してできる放物線の頂点の座標を求めよ。

(2003 摂南大)

11．(1) 放物線$y = 3x^2 + 2ax + 8$をx軸方向に1, y軸方向に-2だけ平行移動すると放物

線 $y=3x^2+2(a-3)x-1$ となるように定数 a の値を定めよ。このとき、これら 2 つの放物線を 1 つの xy 平面上に図示せよ。
(2) (1)で図示した 2 つの放物線の頂点と点$(0,0)$の 3 点を頂点とする三角形の面積を求めよ。

(2006 中京大)

12. 平面上の 2 点$(0,4),(1,6)$を通る放物線 $y=ax^2+bx+c$ があり、この放物線を x 軸方向に 1、y 軸方向に-2 だけ平行移動した放物線は点$(-1,40)$を通るという。a,b,c の値を求めよ。

(2006 金沢工大)

13. $f(x)=x^2+2x-8$ とする。放物線 C : $y=f(x+a)+b$ は 2 点$(4,3),(-2,3)$を通る。このとき、放物線 C の軸の方程式と a,b の値を求めよ。

(2004 日本工大)

14. 頂点が $y=x$ 上にあり、2 点$(0,-2),(1,1)$を通る放物線の方程式を求めよ。ただし、頂点は$(1,1)$でないとする。

(2001 日本工大)

15. a,b,c を定数とする。2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフは直線 $x=1$ を軸とし、2 点$(0,7),(3,11)$を通る。このとき、a,b,c の値を求めよ。

(2008 金沢工大)

16. 座標平面上で、x 軸に接している 2 次関数のグラフが 2 点$(1,-3),(3,-27)$を通るとき、その 2 次関数を求めよ。

(2007 神戸学院大)

17. 2 次関数 $y=-3x^2$ のグラフを平行移動したもので、点$(5,-46)$を通り、頂点が直線 $y=3x-1$ 上にあるような 2 次関数を求めよ。

(2004 武庫川女子大)

18. 放物線 $y=x^2+ax-2$ の頂点が直線 $y=2x-1$ 上にあるとき、定数 a の値を求めよ。

(2008 慶応大)

19. 2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフが 2 点$(-2,-1),(2,3)$を通り、頂点の x 座標が $x<-2$ であるとき、a の値の範囲を求めよ。

(2004 倉敷芸科大)

20. a,b,c を定数とする。放物線 $y=ax^2+bx+c$ が 3 点$(-1,6),(1,0),(2,3)$を通るとき、a,b,c の値とその頂点の座標を求めよ。

(2006 東海大)

21. 2 次関数 $y=x^2+ax+b$ のグラフを y 軸方向に 2 だけ平行移動したあと、y 軸に関して対称移動させ、更に x 軸方向に-3 だけ平行移動したところ、$y=x^2$ のグラフと一致し

た。a , b の値を求めよ。

（2004 武庫川女子大）

22. 2 次関数 $y=2x^2-x-\frac{1}{4}a^2+a$ のグラフを x 軸方向に -4 , y 軸方向に b だけ平行移動させると x 軸に接する。このとき、接点の x 座標を求めよ。また、a を用いて b を表せ。

（2008 立命館大）

23. 放物線 $y=2x^2-bx+1$ を平行移動した曲線で 2 点 $(-1\,,17)$, $(3\,,5)$ を通る放物線と、もとの放物線との共有点が 1 個となるような b の条件を求めよ。

（2004 札幌大）

24. 放物線 $y=x^2$ と直線 $y=3x-k$ について

(1) 直線が放物線に接するとき、k の値を求めよ。

(2) 放物線と直線が 2 点で交わり、その 2 点間距離が 6 のとき、k の値を求めよ。

（2004 流通科学大）

25. 放物線 $y=x^2-6x+10$ と直線 $y=3x+k$ が 2 点 P , Q で交わり、2 点 P , Q 間の距離が $5\sqrt{10}$ であるとき、定数 k の値を求めよ。

（2006 滋賀大）

26. a , b は実数で、$b>0$ とする。放物線 $y=x^2$ と直線 $y=ax+b$ の 2 つの交点を P , Q とおく。次の問いに答えよ。

(1) 線分 PQ の長さを、a と b を用いて表せ。

(2) 直線 $y=ax+b$ が点 $\left(1,\frac{5}{4}\right)$ を通るときの、線分 PQ の長さの最小値を求めよ。

（2016 大阪市立大）

27. 放物線 $y=ax^2+bx+c$ が 3 直線 $y=x$, $y=2x-1$, $y=3x-3$ のすべてと接するとき、a , b , c の値を求めよ。

（2005 京都大）

28. $a\neq 0$, $a+b+c=0$ のとき、放物線 $y=ax^2+bx+c$ と x 軸との共有点の個数を求めよ。

（2004 名古屋経大）

29. 2 次関数 $f(x)$, $g(x)$ および実数 k が次の(A) , (B) , (C)の条件をすべて満たしているとする。

(A) $f(x)$ は $x=k$ で最大値をとる。

(B) $f(k)=13$, $f(-k)=-23$, $g(k)=49$, $g(-k)=7$

(C) $f(x)+g(x)=2x^2+13x+5$

このとき、k の値と $f(x)$, $g(x)$ を求めよ。

（2001 同志社大）

30. 2 次関数$f(x)$は、$|f(1)|=|f(2)|=|f(3)|=|f(4)|=1$ を満たす。$f(x)$を求めよ。

（2004 東京電機大）

31. 2 次関数 $y=ax^2+x+a^2-a-6$ のグラフが x 軸の正の部分と負の部分の両方で交点をもつとき、a の値の範囲を求めよ。

（2004 大阪電通大）

32. 2 次関数 $y=ax^2+bx$（$a>0$）のグラフの頂点を A とし、そのグラフと x 軸との 2 つの交点を B , C とする。△ABC が面積 $4\sqrt{3}$ の正三角形となるとき、定数 a と b の値を求めよ。

（2004 広島女子大）

33. 2 次方程式 $x^2-(k+4)x-\dfrac{k}{2}+10=0$ … ①が $1\leqq x\leqq 4$ の範囲に少なくとも 1 つの実数解を持つための定数 k の値の範囲を次のようにして求める。

まず、①を変形すると、$x^2-4x+10=kx+\dfrac{k}{2}$ となる。

放物線 $y=x^2-4x+10$ … ②の頂点の座標は（［ ア ］,［ イ ］）である。

直線 $y=kx+\dfrac{k}{2}$ … ③は、k の値にかかわらず、定点（［ ウ ］,［ エ ］）を通る.

放物線②と直線①が $1\leqq x\leqq 4$ の範囲で接するとき、定数 k の値は $k=$［ オ ］である。よって、求める定数 k の値の範囲は［ カ ］である.

（2016 立命館大）

34. 関数 $f(x)=|x^2+a|+b$ について

(1) $a=-1$, $b=0$ のとき、方程式 $f(x)=x$ を x について解け。

(2) $a=-2$, $b=-1$ のとき、$y=f(x)$のグラフをかけ。

(3) 座標平面上の点で、x 座標、y 座標がともに整数である点を格子点とよぶ。$a=-2$, $b=-1$ のとき、$y=f(x)$のグラフと直線 $y=kx-2$ とが交わり、かつ不等式 $f(x)\leqq y\leqq kx-2$ の表す領域に格子点が 1 つもないような k の値の範囲を求めよ。

（2004 愛媛大）

35. 放物線 $y=x^2$ を平行移動して、頂点が直線 $y=2x-5$ 上に来るようにした放物線を C とする。

(1) C の頂点の x 座標が-2 であるとき、C が x 軸から切り取る部分の線分の長さを求めよ。

(2) C と y 軸との交点の y 座標の最小値を求めよ。また、このときの C の方程式を求めよ。

（2004 自治医大）

36. 関数 $y=ax^2-2ax+a-b$ ($0 \leqq x \leqq 3$) の値域が $1 \leqq y \leqq 9$ であるとき、$a>0$ ならば $a=$ [ア] , $b=$ [イ] であり、$a<0$ ならば $a=$ [ウ] , $b=$ [エ] である。

(2004 東亜大)

37. 定数 a に対して、2 つの放物線 $C_1: y=2-x^2$, $C_2: y=x^2-4x+a$ を考える。C_1 , C_2 が $y>0$ である交点を 2 つ持つような a の範囲を求めよ。

(2004 京都大)

§４．２次関数

１. $y=2(x-2)^2+3$

２. $(a,b)=(7,3)$

３. $p=-12$

４. $y=2x^2-11x+8$

５. ［ア］$=\dfrac{1}{2}$，［イ］$=-\dfrac{17}{4}$

６. $(a,b)=(6,-6)$

７. $(a,b)=(7,3)$

８. ［ア］$=\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{5}{2}\right)$，［イ］$=2\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{9}{2}$

９. ［ア］$=-3$，［イ］$=5$

10. $(-1,-1)$

11. (1) $a=5$，図略　(2) $\dfrac{11}{6}$

12. $(a,b,c)=(7,-5,4)$

13. $x=1$，$(a,b)=(-2,3)$

14. $y=-(x-2)^2+2$

15. $(a,b,c)=\left(\dfrac{4}{3},-\dfrac{8}{3},7\right)$

16. $y=-12\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2$，$y=-3x^2$

17. $\begin{cases} y=-3(x-1)^2+2 \\ y=-3(x-10)^2+29 \end{cases}$

18. $a=2$

19. $0<a<\dfrac{1}{4}$

20. $(a,b,c)=(2,-3,1)$，$\left(\dfrac{3}{4},-\dfrac{1}{8}\right)$

21. $(a,b)=(6,7)$

22. $x=-\dfrac{15}{4}$，$b=\dfrac{1}{8}(2a^2-8a+1)$

23. $b\neq 7$

24. (1) $k=\dfrac{9}{4}$　(2) $k=\dfrac{27}{20}$

25. $k=-4$

26. (1) $\sqrt{(a^2+1)(a^2+4b)}$

(2) $a=1$ のとき最小値 2

27. $(a,b,c)=\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{8}\right)$

28. $a=c$ のとき 1 個

$a\neq c$ のとき 2 個

29. $k=3$　$\begin{cases} f(x)=-x^2+6x+4 \\ g(x)=3x^2+7x+1 \end{cases}$

30. $\begin{cases} f(x)=x^2-5x+5 \\ f(x)=-x^2+5x-5 \end{cases}$

31. $a<-2$，$0<a<3$

32. $(a,b)=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\pm 2\sqrt{3}\right)$

33. [ア] $= 2$, [イ] $= 6$, [ウ] $= -\dfrac{1}{2}$

[エ] $= 0$, [オ] $= 2$, [カ] $= 2 \leqq k \leqq \dfrac{14}{3}$

34. (1) $x = \dfrac{\pm 1 + \sqrt{5}}{2}$ (2) 略

(3) $-\dfrac{3}{2} < k \leqq -\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \dfrac{\sqrt{2}}{2} \leqq k < \dfrac{3}{2}$

35. (1) 6

(2) 最小値 -6 , $y = x^2 + 2x - 6$

36. [ア] $= 2$, [イ] $= -1$, [ウ] $= -2$

[エ] $= -9$

37. $4\sqrt{2} - 2 < a < 4$