

§ 4-5 方程式の解の配置問題

1. k を実数とし、2 次関数 $y = x^2 + (4 - 2k)x + 2k^2 - 8k + 4$ のグラフを C とする。

(1) C が y 軸の正の部分と交わるように、 k の値の範囲を定めよ。

(2) C が x 軸の正の部分と、異なる 2 点で交わるように、 k の値の範囲を定めよ。

(2008 徳島大)

2. a を実数とするとき、2 次方程式 $x^2 + 2ax - a - 2 = 0$ の 2 つの解の絶対値がともに 1 より大きいような a の範囲を求めよ。

(1991 日本大)

3. a は自然数とする。2 次方程式 $x^2 - 2(a - 4)x + 2a = 0$ の異なる 2 つの実数解がともに 2 より大きくなる時、 a の値を求めよ。

(2006 摂南大)

4. x についての 2 次方程式 $x^2 - 2px + 2p + 1 = 0$ が次のような異なる 2 つの実数解をもつとき、定数 p の値の範囲を求めよ。ただし、 p は実数とする。

(1) 2 つの解がともに正

(2) 2 つの解がともに負

(3) 1 つの解が正、他の解が負

(2006 富山県立大)

5. a, b を実数とする。整式 $f(x)$ を $f(x) = x^2 + ax + b$ で定める。以下の問に答えよ。ただし、2 次方程式の重解は 2 つと数える。

(1) 2 次方程式 $f(x) = 0$ が異なる 2 つの正の解をもつための a と b がみたすべき必要十分条件を求めよ。

(2) 2 次方程式 $f(x) = 0$ の 2 つの解の実部が共に 0 より小さくなるような点 (a, b) の存在する範囲を ab 平面上に図示せよ。

(3) 2 次方程式 $f(x) = 0$ の 2 つの解の実部が共に -1 より大きく、0 より小さくなるような点 (a, b) の存在する範囲を ab 平面上に図示せよ。

(2023 神戸大)

6. m, n は異なる正の整数とする。 x の 2 次方程式 $5nx^2 + (mn - 20)x + 4m = 0$ が 1 より大きい解と 1 より小さい解をもつような m, n の組 (m, n) をすべて求めると、 $[\quad]$ である。

(2015 関西大)

7. 2 次方程式 $x^2 - (a - 2)x + \frac{a}{2} + 5 = 0$ が $1 \leq x \leq 5$ の範囲に異なる 2 つの実数解をもつための実数 a の値の範囲を求めよ。

(1999 同志社大)

8. 2 次方程式 $E: x^2 + (m - 23)x + m = 0$ の 2 つの解がともに正の整数となるような m の値をすべて求めよ。更に、その m の値のそれぞれに対する方程式 E の解を求めよ。

(1991 神戸学院大)

9. 2 次方程式 $3x^2 - (a^2 + 1)x + 4a - b - 2 = 0$ ($a > 0, b > 0$) の 2 つの解 α, β が $0 < \alpha < 1 < \beta < 2$ を満たすとき、点 (a, b) の存在領域を求め、図示せよ。

(1991 近畿大)

10. 実数 a に対し、2 次関数 $f(x) = x^2 - ax - a^2 + 5a$ を考える。

(1) 方程式 $f(x) = 0$ が異なる 2 つの実数解を持つような a の範囲を求めよ。

(2) 2 次関数 $y = f(x)$ のグラフが 2 点 $(\alpha, 0), (\beta, 0)$ を通り、 $1 \leq \alpha < \beta \leq 3$ となるような a の範囲を求めよ。

(2006 千葉大)

11. a, b, c, d を正の実数とする。2 次方程式 $x^2 - (a + b)x + ab - cd = 0$ について

(1) 異なる 2 つの実数解をもつことを示せ。

(2) 2 つの解のうち少なくとも 1 つは必ず正の数であることを示せ。

(3) 2 つの解を α, β とし、 $0 < \alpha < \beta$ とするとき、 $a, a + b, \alpha, \beta$ の大小関係を示せ。

(2003 信州大)

12. $f(x) = x^2 + ax + b$ とし、2 次方程式 $f(x) = 0$ が、 $-3 < x < 2$ の範囲にある 2 つの実数解をもつとする。

(1) この条件を満たす (a, b) の範囲を求め、これを図示せよ。

(2) 上の条件に加えて、 $f(1) = 1$ を満たす整数 a, b の組をすべて求めよ。

(1991 津田塾大)

13. 放物線 $y = (x - a)^2 + b$ を C とし、 C が x 軸と $-1 \leq x \leq 1$ の範囲で共有点を持ち、 y 軸と $y \leq 1$ の範囲で共有点をもつとする。このとき、 a, b の条件を求め、点 (a, b) の存在範囲を図示せよ。

(2008 津田塾大)

14. 2 次方程式 $ax^2 - x + 2a - 3 = 0$ について、次の問に答えよ。

(1) $a = 1$ のとき、与えられた 2 次方程式の解を求めよ。

(2) 与えられた 2 次方程式が、 $-1 \leq x \leq 2$ の範囲に少なくとも 1 つの解をもつような a の値の範囲を求めよ。

(2003 阪南大)

1. (1) $k < 2 - \sqrt{2}, k > 2 + \sqrt{2}$ (2) $2 + \sqrt{2} < k < 4$

2. $-\frac{1}{3} < a < 1$

3. $a = 9$

4. (1) $1 + \sqrt{2} < p$ (2) $-\frac{1}{2} < p < 1 - \sqrt{2}$ (3) $p < -\frac{1}{2}$

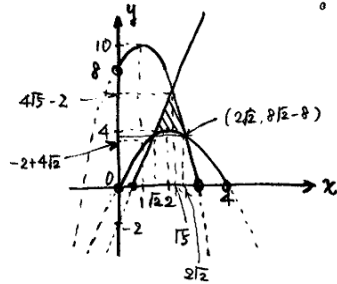
5. (1) $0 < b < \frac{1}{4}a^2$ かつ $a < 0$ (2) 第 I 象限 (境界線は含まず) (3)

6. $(m, n) = (1, 2), (2, 1)$

7. $8 < a \leq \frac{80}{9}$

8. $(\alpha, \beta, m) = (1, 11, 11), (2, 7, 14), (3, 5, 15)$

9.

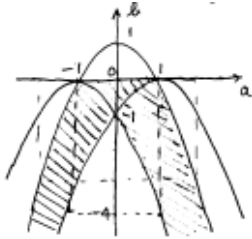


10. (1) $a < 0, 4 < a$ (2) $4 < a \leq 1 + \sqrt{10}$

11. (1) $(a + b)^2 - 4(ab - cd) = (a - b)^2 + 4cd > 0$ (2) 軸 $= \frac{a+b}{2} > 0$ と (1) より (3) $\alpha < a < \beta < a + b$

12. (1) 略 (2) $(a, b) = (1, -1), (2, -2)$

13.



14. (1) $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ (2) $\frac{2}{3} \leq a \leq \frac{3 + \sqrt{11}}{4}$

