

## § 6 不等式の計算

1. 不等式  $|2x - 9| > x - 4$  を解け。  
(2006 東京家政学院大)
2. 不等式  $|2x - 3| < x$  を解け。  
(2003 京都精華大)
3. 不等式  $|2x - 1| < x + 1$  を解け。  
(1991 立教大)
4. 不等式  $0 < |x^2 - 4| - 2x - 3$  を解け。  
(1991 日本大)
5. 不等式  $x^2 - 3x - 4 > |3 - x|$  を解け。  
(1991 創価大)
6. 不等式  $x^2 - x - 5 > |2x - 1|$  を解け。  
(2004 松山大)
7. 不等式  $|(x - 7)(x + 1)| > 2x + 2$  を解け。  
(2008 西南学院大)
8. 不等式  $-x^2 + 3x + 7 \geq |x - 1| + |x - 2|$  を解け。  
(2002 東京学芸大)
9.  $a$  を 0 でない実数の定数とするとき、不等式  $x + \frac{1}{ax} > 1 + \frac{1}{a}$  を解け。  
(甲南大)
10. 不等式  $-1 \leq \frac{2x+1}{x+3} \leq 5$  を解け。  
(拓殖大)
11. 不等式  $4x^2 - 37x + 63 < 0$  を解け。  
(2004 金沢工大)
12. 不等式  $x^2 - 3ax + 2a^2 + a - 1 > 0$  を解け。  
(1991 法政大)
13. 不等式  $2x^2 - 5x - 3 < 0, 3x^2 - 4x - 11 \leq 0$  を解け。  
(1991 大阪産大)

14. 2つの関数  $f(x) = x^2 - 7x + 11$ ,  $g(x) = 3x - 4$  に対して、整数  $n$  で  $f(n) \leq g(n)$  を満たすものは全部で [      ] 個ある。

(2003 福岡工大)

15. 2つの不等式  $x^2 - 10x - 24 > 0$ ,  $x^2 - (a^2 - a - 1)x - a^2 + a < 0$  を同時に満たす  $x$  が存在しないような  $a$  の値の範囲を求めよ。

(2003 阪南大)

16. 2次不等式  $ax^2 - 2x + b > 0$  の解が  $-2 < x < 1$  のとき、 $a, b$  の値を求めよ。

(2008 甲南大)

17.  $x$  についての2次不等式  $ax^2 + x + b > 0$  の解が  $3 < x < 4$  となるとき、定数  $a, b$  の値を求めよ。

(2006 甲南大)

18. 整数  $a, b, c$  (ただし、 $a \neq 0$ ) を係数とする2次不等式  $ax^2 + bx + c > 0$  の解が、 $-\frac{3}{4} < x < \frac{1}{2}$  表されるとする。このとき、 $a, b, c$  の値を求めよ。ただし、 $a, b, c$  各数の絶対値の最大公約数は1とする。

(2003 武庫川女子大)

19.  $\frac{x-a}{x^2+x+1} > \frac{x-b}{x^2-x+1}$  を満たす  $x$  (実数とする) の範囲が  $\frac{1}{2} < x < 1$  であるとき、 $a, b$  の値を求めよ。

(2008 自治医科大)

20. 2次不等式  $x^2 - 2kx + 4(k+3) > 0$  がすべての実数  $x$  に対して成り立つとき、 $k$  のとりうる値の範囲を求めよ。

(2005 国士館大)

21. 次の2次不等式の解がすべての実数となるように、定数  $m$  の値の範囲を求めよ。

$$(m+1)x^2 + (m+1)x + m + 2 < 0$$

(2001 東北福祉大)

22.  $a, b$  を定数とし、2次関数  $f(x) = x^2 - (a+2b)x + 2ab$  を考える。このとき、次の問いに答えよ。

(1)  $b = 1$  のとき、2次不等式  $f(x) < 0$  を解け。

(2) (1)の2次不等式を満たす整数  $x$  がちょうど3個あるとき、定数  $a$  の範囲を求めよ。

(3) 2元2次不定方程式  $f(1) = 4$  の整数解  $(a, b)$  をすべて求めよ。

(2019 静岡大)

23.  $x$  の 2 次不等式  $6x^2 - (16a + 7)x + (2a + 1)(5a + 2) < 0$  を満たす整数  $x$  が 10 個となるように、正の整数  $a$  の値を求めよ。

(2112 東京慈恵会医科大)

24.  $k$  を正の整数とする。  $5n^2 - 2kn + 1 < 0$  を満たす整数  $n$  が、ちょうど 1 個であるような  $k$  をすべて求めよ。

(2008 一橋大)

25. 2 次不等式  $(x - a)^2 - 3k(x - a) + 2k^2 < 0$  の解が  $4 < x < 6$  となるような  $a$  と  $k$  の組  $(a_1, k_1)$  および  $(a_2, k_2)$  を求めよ。ただし、 $k_1 < 0 \leq k_2$  とする。

(1990 東京理科大)

26. 不等式  $x^2 + 14x + 48 < 0$  を満たすようなすべての  $x$  が、不等式  $x^2 - ax - 2a^2 > 0$  を満たすとき、 $a$  の範囲を求めよ。

(1991 中京大)

27.  $0 \leq x \leq 2$  を満たすすべての  $x$  に対して、不等式  $x^2 - ax - a \leq x$  が成り立つような実数の定数  $a$  のとる値の範囲を求めよ。

(2007 関西大)

28. 2 次関数  $f(x) = x^2 - ax + a + 8$  について次の問いに答えよ。ただし、 $a$  は正の定数とする。

(1) 放物線  $y = f(x)$  の頂点の座標を  $a$  を用いて表せ。

(2)  $0 \leq x \leq 5$  の範囲で常に  $f(x) \geq 0$  となるような  $a$  の条件を求めよ。

(2009 北里大)

29. 定数  $a$  に対して  $f(x) = ax^2 + 3a$ ,  $g(x) = 2ax - a^2$  とするとき、すべての実数  $x$  について  $f(x) > g(x)$  が成り立つための必要十分条件は  $a > [ア]$  であり、少なくとも 1 つの実数  $x$  について  $f(x) > g(x)$  が成り立つための必要十分条件は  $a > [イ]$  または  $a < [ウ]$  である。

(2011 早稲田大)

30.  $a$  を実数とし、 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ ,  $g(x) = -x^2 + ax + a$  とする。以下の問いに答えよ。

(1) すべての実数  $s, t$  に対して、 $f(s) \geq g(t)$  が成り立つような、 $a$  の値の範囲を求めよ。

(2)  $0 \leq x \leq 1$  をみたすすべての  $x$  に対して  $f(x) \geq g(x)$  が成り立つような、 $a$  の値の範囲を求めよ。

(2011 神戸大)

31.  $a, b, c$  は実数とする。次の命題が成立するための、 $a$  と  $c$  がみたすべき必要十分条件を求めよ。さらに、この  $(a, c)$  の範囲を図示せよ。

命題：すべての実数  $b$  に対して、ある実数  $x$  が不等式  $ax^2 + bx + c < 0$  をみたす。

(2019 京都市大)

32.  $a$  を 2 以上の実数とし、 $f(x) = (x+a)(x+2)$  とする。このとき  $f(f(x)) > 0$  がすべての実数  $x$  に対して成り立つような  $a$  の範囲を求めよ。

(2013 京都大)

33.  $a, b, c, p$  を実数とする。不等式  $ax^2 + bx + c > 0$ ,  $bx^2 + cx + a > 0$ ,  $cx^2 + ax + b > 0$  をすべて満たす実数  $x$  の集合と、 $x > p$  を満たす実数  $x$  の集合が一致しているとする。

(1)  $a, b, c$  はすべて 0 以上であることを示せ。

(2)  $a, b, c$  のうち少なくとも 1 個は 0 であることを示せ。

(3)  $p = 0$  であることを示せ。

(2020 東京大)

## § 6. 不等式の計算

$$1. x < \frac{13}{3}, 5 < x$$

$$3. 0 < x < 2$$

$$5. x < 1 - 2\sqrt{2}, 2 + \sqrt{5} < x$$

$$7. x < -1, -1 < x < 5, 9 < x$$

$$9. a < 0 \rightarrow \frac{1}{a} < x < 0, 1 < x$$

$$1 < a \rightarrow 0 < x < \frac{1}{a}, 1 < x$$

$$a = 1 \rightarrow 0 < x < 1, 1 < x$$

$$0 < a < 1 \rightarrow 0 < x < 1, \frac{1}{a} < x$$

$$11. \frac{9}{4} < x < 7$$

$$13. -\frac{1}{2} < x \leq \frac{2 + \sqrt{37}}{3}$$

$$15. -3 \leq a \leq 4$$

$$17. (a, b) = \left(-\frac{1}{7}, -\frac{12}{7}\right)$$

$$19. (a, b) = (4, 2)$$

$$21. m < -\frac{7}{3}$$

$$23. a = 15$$

$$25. (a_1, k_1) = (8, -2)$$

$$(a_2, k_2) = (2, 2)$$

$$27. a \geq \frac{2}{3}$$

$$2. 1 < x < 3$$

$$4. x < -1 + \sqrt{2}, 1 + 2\sqrt{2} < x$$

$$6. x < 3, 4 < x$$

$$8. \frac{5 - \sqrt{41}}{2} \leq x \leq \frac{1 + \sqrt{41}}{2}$$

$$10. x \leq -\frac{14}{3}, -\frac{4}{3} \leq x$$

$$12. a < 2 \rightarrow x < 2a - 1, a + 1 < x$$

$$a = 2 \rightarrow x \neq 3$$

$$a > 2 \rightarrow x < a + 1, 2a - 1 < x$$

$$14. 7 \text{ 個}$$

$$16. (a, b) = (-2, 4)$$

$$18. (a, b, c) = (-8, -2, 3)$$

$$20. -2 < k < 6$$

$$(1) a < 2 \rightarrow a < x < 2$$

$$a = 2 \rightarrow \text{解なし}$$

$$22. a > 2 \rightarrow 2 < x < a$$

$$(2) -2 \leq a \leq -1, 5 \leq a \leq 6$$

$$(3) (a, b) = (5, 1), (-3, 0)$$

$$25. k = 4, 5$$

$$26. -3 \leq a \leq 6$$

$$28. (1) \left(\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} + a + 8\right) \quad (2) 0 < a \leq 8$$

29. [ア]0 [イ]0 [ウ]-2

31.  $a < 0$  または  $c < 0$  グラフ 略

33. 略

30. (1)  $-2 - 2\sqrt{2} \leq a \leq -2 + 2\sqrt{2}$

(2)  $a \leq -6 + 4\sqrt{3}$

32.  $2 \leq a \leq 2 + 2\sqrt{2}$