

§ 7-1 三角比の計算

1. 平地に立っている建物の高さを測るために、その建物の前方の地点 A から測った建物の上端の仰角が 30° , A から建物に向かって 10 m 進んだ地点 B から測った仰角が 45° であった。この建物の高さを求めよ。

(東北福祉大)

2. $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ のとき、次の式の値を求めよ。

(1) $\sin \theta \cos \theta$ (2) $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ (3) $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta$ (4) $\sin^5 \theta + \cos^5 \theta$

(京都薬科大)

3. $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ のとき、次の式の値を求めよ。

(1) $\sin \theta \cos \theta$ (2) $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta}$ (3) $\tan^3 \theta + \frac{1}{\tan^3 \theta}$

(東京薬科大)

4. (1) $0^\circ < \theta < 90^\circ$ とする。 $\sin \theta = \frac{3}{5}$ のとき、 $\cos \theta$, $\tan \theta$ を求めよ。

(2) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $\sin \theta = \frac{15}{17}$ のとき、 $\cos \theta$, $\tan \theta$ を求めよ。

(3) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $\tan \theta = -2$ のとき、 $\sin \theta$, $\cos \theta$ を求めよ。

5. 次の式を簡単にせよ。

(1) $(3 \sin \theta + \cos \theta)^2 + (\sin \theta - 3 \cos \theta)^2$

(2) $\frac{1}{\tan^2 \theta + 1} - (1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)$

6. $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ ($0^\circ < \theta < 180^\circ$) のとき、次の式の値を求めよ。

(1) $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ (2) $\sin^3 \theta - \cos^3 \theta$

(3) $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta}$ (4) $\tan \theta - \frac{1}{\tan \theta}$

7. (1) $\cos 140^\circ - \sin 40^\circ - \cos 130^\circ + \sin 50^\circ$ の値を求めよ。

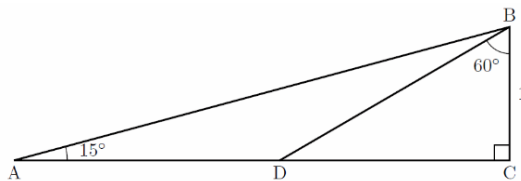
(2) $\sin 10^\circ \cos 100^\circ + \sin 80^\circ \cos 170^\circ$ の値を求めよ。

(3) $\tan 160^\circ \tan 110^\circ$ の値を求めよ。

8. $\triangle ABC$ において、次の等式が成り立つことを示せ。

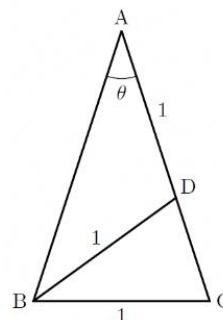
(1) $\sin \frac{A+B}{2} = \cos \frac{C}{2}$ (2) $\tan \frac{A+B}{2} \tan \frac{C}{2} = 1$

9. 次の直角三角形を利用して $\sin 15^\circ$, $\cos 15^\circ$, $\tan 15^\circ$, $\sin 75^\circ$, $\cos 75^\circ$, $\tan 75^\circ$ の値を求めよ。



10. $AB = AC$ の右図の二等辺三角形において、 $AD = BD = BC = 1$ であるとする。

- (1) θ の値を求めよ。
- (2) AB の長さを求めよ。
- (3) $\sin 18^\circ$ と $\cos 36^\circ$ の値を求めよ。



11. $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。次の式を満たす θ の値を求めよ。

- | | | | |
|-----------------------|-------------------------------|--|--|
| (1) $\sin \theta = 0$ | (2) $\sin \theta = 1$ | (3) $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ | (4) $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| (5) $\cos \theta = 0$ | (6) $\cos \theta = -1$ | (7) $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ | (8) $\cos \theta = -\frac{1}{2}$ |
| (9) $\tan \theta = 0$ | (10) $\tan \theta = \sqrt{3}$ | (11) $\tan \theta = -1$ | (12) $\tan \theta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ |

12. $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めよ。

- | | | |
|-----------------------------|--|------------------------------------|
| (1) $2 \sin \theta - 1 < 0$ | (2) $-1 < 2 \cos \theta \leq \sqrt{3}$ | (3) $\sqrt{3} \tan \theta + 1 > 0$ |
|-----------------------------|--|------------------------------------|

13. $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。次の方程式を満たす θ の値を求めよ。

- | | |
|---|--|
| (1) $2 \cos^2 \theta + 3 \sin \theta - 3 = 0$ | (2) $2 \sin^2 \theta + \sqrt{3} \cos \theta + 1 = 0$ |
| (3) $\sqrt{2} \sin \theta + \tan \theta = 0$ | |

14. 次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めよ。

- (1) $2 \cos^2 \theta + 3 \sin \theta - 3 \leq 0$ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$)
- (2) $2 \cos \theta < 3 \tan \theta$ ($90^\circ < \theta \leq 180^\circ$)
- (3) $4\sqrt{3} \sin^2 \theta + (6 - 2\sqrt{3}) \cos \theta + 3 - 4\sqrt{3} > 0$ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$)

(同志社女子大)

1. $5(\sqrt{3} + 1) \text{ m}$

2. (1) $-\frac{3}{8}$ (2) $\frac{11}{16}$ (3) $\frac{23}{32}$ (4) $\frac{79}{128}$

3. (1) $-\frac{2}{5}$ (2) $-\frac{5}{2}$ (3) $-\frac{65}{8}$

4. (1) $\cos \theta = \frac{4}{5}, \tan \theta = \frac{3}{4}$ (2) $\cos \theta = \pm \frac{8}{17}, \tan \theta = \pm \frac{15}{8}$ (3) $\cos \theta = -\frac{\sqrt{5}}{5}, \sin \theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

5. (1) 10 (2) 0

6. (1) $\frac{11}{16}$ (2) $\frac{5\sqrt{7}}{16}$ (3) $-\frac{8}{3}$ (4) $-\frac{2\sqrt{7}}{3}$

7. (1) 0 (2) -1 (3) 1

8. (1) 略 (2) 略

9. $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}, \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}, \tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$

$$\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}, \cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}, \tan 75^\circ = 2 + \sqrt{3}$$

10. (1) 36° (2) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (3) $\sin 18^\circ = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}, \cos 36^\circ = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$

11. (1) $0^\circ, 180^\circ$ (2) 90° (3) $45^\circ, 135^\circ$ (4) $60^\circ, 120^\circ$ (5) 90° (6) 180° (7) 45° (8) 120°
(9) $0^\circ, 180^\circ$ (10) 60° (11) 135° (12) 150°

12. (1) $0^\circ \leq \theta < 30^\circ, 150^\circ < \theta \leq 180^\circ$ (2) $30^\circ \leq \theta < 120^\circ$ (3) $0^\circ \leq \theta < 90^\circ, 150^\circ < \theta \leq 180^\circ$

13. (1) $30^\circ, 90^\circ, 150^\circ$ (2) 150° (3) $0^\circ, 135^\circ, 180^\circ$

14. (1) $0^\circ \leq \theta \leq 30^\circ, \theta = 90^\circ, 150^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ (2) $150^\circ < \theta \leq 180^\circ$ (3) $30^\circ < \theta < 120^\circ$