

No 8 - 1 玉に関する確率

1. 無作為に玉を 1 個取り出すとき、赤玉である確率を求めよ。同じ色の玉は区別できない。
 - (1) 白玉 2 個と赤玉 2 個が入った箱
 - (2) 白玉 1 個と赤玉 3 個が入った箱

 2. (1) 白玉 4 個 , 赤玉 2 個が入っている箱から 1 個取り出すという操作を 3 回繰り返す。ただし、一度取り出した玉は戻さない。3 回とも白玉を取り出す確率を求めよ。
(2) 白玉 4 個 , 赤玉 3 個が入っている箱の中から 1 個取り出すという操作を 2 回繰り返す。ただし 1 回目で取り出した玉は戻す。2 回とも白玉を取り出す確率を求めよ。

 3. 白玉 6 個 , 赤玉 5 個 , 青玉 4 個が入っている袋から 4 個の玉を同時に取り出す。このとき、次の確率を求めよ。
 - (1) 白玉が 3 個以上含まれる確率
 - (2) 同じ色の玉を 2 個ずつ 2 色含む確率

 4. 白玉 6 個 , 赤玉 5 個 , 青玉 4 個が入っている袋から 4 個の玉を同時に取り出す。このとき、次の確率を求めよ。
 - (1) 白玉が 2 個以上含まれる確率
 - (2) 玉の色が 2 色である確率

 5. 赤玉 5 個 , 白玉 4 個 , 青玉 3 個が入っている袋から、よくかき混ぜて球を同時に 3 個取り出すとき、次の確率を求めよ。
 - (1) 3 個とも赤玉である確率
 - (2) 3 個とも色が異なる確率
 - (3) 3 個の玉の色が 2 種類である確率
- (2006 岐阜大)
-
6. 白玉 3 個 , 赤玉 2 個 , 緑玉 1 個の合計 6 個の玉が入った袋から 1 個取り出して元に戻すことを 6 回繰り返す。取り出した玉が白玉ならば 2 点 , 赤玉ならば 1 点もらえ、緑玉ならば 1 点失うとき、6 回の合計得点が 4 点になる確率を求めよ。
-
7. (1) 白玉 3 個 , 赤玉 2 個が入った袋から 2 個同時に取り出す。少なくとも 1 個が白玉であったとき、もう 1 個も白玉である確率を求めよ。
(2) 3 つのサイコロを同時に投げ、そのうち少なくとも 1 つが 1 の目であったとき、すべて異なる目が出る確率を求めよ。

8. 赤球 6 個、白球 3 個の入った袋をよくかきまぜて、その中から 5 個を取り出すとき、これらのうちに赤球が奇数個含まれている確率は [ア] である。

(2004 奈良県立医大)

9. 白玉 5 個、赤玉 4 個が入った袋から同時に 3 個の玉を取り出すとき、白玉が出る個数 X の期待値 $E(X)$ を求めよ。

10. 白玉、赤玉、青玉がそれぞれ 2 個ずつ入った袋から同時に 3 個の玉を取り出すとき、色の種類の数 X の期待値 $E(X)$ を求めよ。

11. 袋 A には白玉 2 個、赤玉 1 個、袋 B には白玉 3 個が入っている。袋 A と袋 B からそれぞれ 1 個の玉を無作為に取り出して入れ替えることを n 回繰り返したとき、袋 A の中に赤玉が入っている確率を求めよ。

12. 袋の中に 1 から 5 までの数字が 1 つずつ書かれた 5 個の玉が入っている。この中から無作為に 1 個の玉を取り出し書かれている数字を記録してから袋の中に戻すという操作を n 回繰り返したとき、記録した数字の和が奇数となる確率を求めよ。

13. 袋の中に 1 から 5 までの数字が 1 つずつ書かれた 5 個の玉が入っている。この中から無作為に 1 個の玉を取り出し書かれている数字を記録してから袋の中に戻すという操作を n 回繰り返したとき、記録した数字の和が 3 の倍数となる確率を求めよ。

14. 壺の中に赤玉が 2 個、青玉が 1 個入っている。壺の中から玉を 1 個取り出して元に戻し、さらにそれと同じ色の玉を壺の中に 1 個追加するという試行を繰り返す。 n 回目に取り出す玉が赤玉である確率を p_n 、 n 回の試行の後に壺の中の青玉の個数が k 個である確率を $q_n(k)$ とする。

(1) p_1, p_2, p_3 を求めよ。

(2) p_n を求めよ。

(3) $q_1(1), q_1(2), q_2(1), q_2(2), q_2(3)$ を求めよ。

(4) $q_n(1), q_n(2), q_n(3)$ を求めよ。

(5) $q_n(k)$ ($1 \leq k \leq n+1$) を求めよ。

(6) n 回の試行の後の壺の中の青玉の個数 X の期待値 $E(X)$ を求めよ。

解答

1. (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{4}$

2. (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{16}{49}$

3. (1) $\frac{1}{7}$ (2) $\frac{20}{91}$

4. (1) $\frac{7}{13}$ (2) $\frac{16}{35}$

5. (1) $\frac{1}{22}$ (2) $\frac{3}{11}$ (3) $\frac{29}{44}$

6. $\frac{143}{1944}$

7. (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{60}{91}$

8. $\frac{11}{21}$

9. $\frac{5}{3}$

10. $\frac{12}{5}$

11. $\frac{1}{6}\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + \frac{1}{2}$

12. $\frac{1}{10}\left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1} + \frac{1}{2}$

13. $\frac{1}{3}\left\{1 + 2\left(-\frac{1}{5}\right)^n\right\}$

14. (1) $p_1 = \frac{2}{3}, p_2 = \frac{2}{3}, p_3 = \frac{2}{3}$ (2) $p_n = \frac{2}{3}$ (3) $q_1(1) = \frac{2}{3}, q_1(2) = \frac{1}{3}, q_2(1) = \frac{1}{2}, q_2(2) = \frac{1}{3}, q_2(3) = \frac{1}{6}$

(4) $q_n(1) = \frac{n}{n+2}, q_n(2) = \frac{2n}{(n+1)(n+2)}, q_n(1) = \frac{2(n-1)}{(n+1)(n+2)}$ (5) $q_n(k) = \frac{2(n-k+2)}{(n+1)(n+2)}$ (6) $\frac{1}{3}(n+3)$