

§ 9-3 分数式・恒等式

1. $\frac{x-1}{x+1} - \frac{x^2-5x+6}{2x^2-3x-2} \times \frac{2x^2+3x+1}{x^2-4x+3}$ を計算せよ。

(2003 専修大)

2. $\left(x+1-\frac{1}{x-2}\right)\left(\frac{2}{x-1} \div \frac{4}{x^2-3x+2}\right)$ を計算せよ。

(1991 仏教大)

3. $\frac{\frac{4}{x+2}+1}{x^2-10-\frac{x^2+8}{x+\frac{4}{x+4}}}$ を簡単にせよ。

(2003 明星大)

4. $\frac{x+4}{-1+\frac{x+1}{x+\frac{4}{x+5}}}$ を計算せよ。

(1991 北海道工大)

5. 次の計算をせよ。

(1) $\frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)}$

(2) $\frac{a^3}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^3}{(b-a)(b-c)} + \frac{c^3}{(c-a)(c-b)}$

(2006 中央大)

6. ある x の整式 $f(x)$ に対して、 x がどんな値をとっても常に

$f(x^2) = x^3 f(x+1) - 2x^4 + 2x^2$ が成り立つとき、 $f(0) = f(1) = f(2) = 0$ であることを示せ。

次に $f(x)$ を求めよ。

(1990 中部大)

7. $x^3 - x^2 - 16x + 37 = (x-3)^2 + [\text{ア}](x-3)^2 + [\text{イ}](x-3) + [\text{ウ}]$ がすべての x に対して成り立つ。

(1990 東京理科大)

8. $x^3 + x^2 - 8x + 5 = (x-2)^2 + a(x-3)^2 + b(x-3) + c$ がどのような x の値に対して成り立つとき、定数 a, b, c の値を求めよ。

(2004 千葉工大)

9. $a(x-1)^2 + b(x-1)(x+2) + c(x+2)^2 = 9$ が x の恒等式になるように定数 a, b, c の値を定めよ。

(2003 金沢学院大)

10. a, b を整数とする。 $x^4 + ax^3 + 11x^2 + bx + 1$ が、ある 2 次式の平方になるとき、 a, b の値を求めよ。

(2003 摂南大)

11. $x^4 - 4x^3 + ax^2 + x + b$ が、ある整式の平方になるような定数 a, b の値を求めよ。

(2004 札幌大)

12. 等式 $\frac{3x-1}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$ を満たす a, b は $a = [\text{ア}], b = [\text{イ}]$ である。

(大阪工大)

13. $\frac{x^2+2x-1}{x^3+x^2} = \frac{a}{x^2} + \frac{b}{x} + \frac{c}{x+1}$ が x についての恒等式であるとき、 $a = [\text{ア}], b = [\text{イ}], c = [\text{ウ}]$ である。

(1991 青山学院大)

14. $x + y = 2$ を満たすすべての x, y に対して等式 $ax^2 + bx + cy^2 = 1$ がつねに成り立つとき、定数 a, b, c の値を求めよ。

(2001 千葉経大)

15. $a - 2b + 2c + 1 = 0, 3a + 2b - 6c + 1 = 0$ を満たすどんな実数 a, b, c に対しても、等式 $ax^2 + by^2 + c^2z = 1$ が成り立つという。このときの、 x, y, z の値を求めよ。

(1991 神戸学院大)

16. $g(x)$ は最高次の係数が 1 である x の整式であって、
 $g(x^2) = \{g(x) - ax - b\}(x^2 - x + 2)$ (a, b は正の整数) が成り立っている。このとき、
 $g(x)$ の次数および a, b の値を求めよ。

(仏教大)

§9-3 分数式・恒等式

1. $-\frac{4x}{x^2-1}$

2. $\frac{1}{2}(x^2-x-3)$

3. $-\frac{1}{6}$

4. x^2+8x+6

5. (1) 0 (2) $a+b+c$

6. $f(x)=x(x-1)(x-2)$

7. ア 8 イ -5 ウ 7

8. $(a,b,c)=(7,8,1)$

9. $(a,b,c)=(1,-2,1)$

10. $(a,b)=(6,6),(-6,-6)$

11. $(a,b)=\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{16}\right)$

12. ア 1 イ 2

13. ア -1 イ 3 ウ -2

14. $(a,b,c)=\left(-\frac{1}{4}, 1, \frac{1}{4}\right)$

15. $(x,y,z)=(3,4,-12)$

16. 2次式 $(a,b)=(2,2)$