§１０　確率１

１．1から５までの自然数を１列に並べる。どの並べかたも同様の確からしさで起こるものとする。このとき1番目と２番目と３番目の数の和と、３番目と４番目と５番目の数の和が等しくなる確率を求めよ。ただし、各並べかたにおいて、それぞれの数字は重複なく1度ずつ用いるものとする。

（京都大）

２．箱の中に、1から９までの番号を1つずつ書いた９枚のカードが入っている。ただし、異なるカードには異なる番号が書かれているものとする。この箱から２枚のカードを同時に選び、小さいほうの数をXとする。これらのカードを箱に戻して、再び２枚のカードを同時に選び、小さいほうの数をYとする。$X=Y$である確率を求めよ。

（京都大）

３．nを３以上の整数とする。１からnまでの番号をつけたn枚の札の組が２つある。これら$2n$枚の札をよく混ぜ合わせて、札を１枚ずつ３回取り出し、取り出した順にその番号をX_1, X_2, X_3とする。$X_1 < X_2 < X_3$となる確率を求めよ。ただし、一度取り出した札は元に戻さないものとする。

（京都大）

４．[1][2][3][4][5][6]のように、1から６までの数字が1つずつ書かれた６枚のカードがある。これらをよく混ぜて、左から1列に並べることを考える。

(1) [1]が一番左にある確率は[　ア　]である。[1]が一番左にあって、かつ[6]が一番右にある確率は[　イ　]である。

(2) [1]と[2]が隣り合う確率は[　ウ　]である。[1]と[2]が隣り合いさらに[2]と[3]が隣り合う確率は[　エ　]である。[1],[2],[3]のいずれも隣り合わない確率は[　オ　]である。

(3) [1]が[2]よりも左にある確率は[　カ　]である。[1]が[2]よりも左にあって、かつ[3]が[2]よりも右にある確率は[　キ　]である。

（京都産業大）

５．１個のさいころを３回投げる。１回目に出る目をa_1、２回目に出る目をa_2、３回目に出る目をa_3とし、整数nを$n=(a_1-a_2)(a_2-a_3)(a_3-a_1)$と定める。

(1)　$n=0$である確率を求めよ。

(2)　$|n|=30$である確率を求めよ。

（千葉大）

6．Ａ、Ｂ、Ｃの３人でゲームをし、1回のゲームの勝者は1人とする。おのおのの勝つ確率を$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$とし、先に2回勝った者を優勝とする。

(1)　ちょうど2回目でＣが優勝する確率を求めよ。

(2)　ちょうど3回目でＣが優勝する確率を求めよ。

(3)　Ｃが優勝する確率を求めよ。

（常盤大）

7．1つのさいころを投げ続けて、同じ目が2回連続して出たら終了するものとする。

(1)　4回目以内（4回目も含む）に終了する確率を求めよ。

(2)　r回目以内（r回目も含む）に終了する確率を求めよ。ただし、$r \geqq 2$とする。

（北大）

8．1個のさいころを振るという試行を繰り返す。奇数の目が連続して3回出るか偶数の目が通算して4回出たら試行を終了するものとする。

(1)　この試行が6回以下で終了する確率を求めよ。

(2)　この試行がちょうど7回で終了する確率を求めよ。

（上武大）

9．3つのさいころを同時に投げるとき、ちょうど2つのさいころが同じ目になる確率は[　ア　]であり、3つとも4以上の目になる確率は[　イ　]である。

（関西大）

10.　2つのさいころをふるとき、出る目の数の和が6以下になる確率を求めよ。

（信州大）

11. 大小2つのさいころを投げる。大きいさいころの目をA、小さいさいころの目をBとする。このとき、2次方程式$x^2-Ax+B=0$……(ⅰ)の解について次の[　　]を数値でうめよ。

(1)　(ⅰ)が$x=1$を解としてもつ確率は[　ア　]である。

(2)　(ⅰ)が$x=2$を解としてもつ確率は[　イ　]である。

(3)　(ⅰ)が2つの異なる実数の解をもつ確率は[　ウ　]である。

(4)　(ⅰ)が2つの異なる整数の解をもつ確率は[　エ　]である。

(5)　(ⅰ)が実数の解をもたない確率は[　オ　]である。

（関西大）

12. 2から16までの整数がそれぞれ書かれたカードが1枚ずつ合計15枚ある。
まずカードを1枚引き、そのカードに書かれた数をaとする。次に残りの14枚のカードからカードを1枚引き、そのカードに書かれた数をbとする。
(1) $\log_a b > 1$となる確率を求めよ。
(2) $\log_a b > 2$となる確率を求めよ。
(3) $2\log_a b$が整数となる確率を求めよ。

（同志社大）

13. 1個のさいころを3回投げる試行において、1回目に出る目をa、2回目に出る目をb、3回目に出る目をcとする。
(1) $\log_{\frac{1}{4}}(a+b) > \log_{\frac{1}{2}} c$となる確率を求めよ。
(2) $2^a + 2^b + 2^c$が3の倍数となる確率を求めよ。

（大阪大）

14. 1個のサイコロを3回続けて投げるとき､1回目に出る目をl､2回目に出る目をm、3回目に出る目をnで表し、3次式$f(x) = x^3 + lx^2 + mx + n$を考える。このとき、以下の問いに答えよ。
(1) $f(x)$が$(x+1)^2$で割り切れる確率を求めよ。
(2) 関数$y = f(x)$が極大値も極小値もとる確率を求めよ。

（大阪大）

15. 1個のさいころを3回投げるとき、出た目の数の積が9の倍数となる確率は[　　]である。

（関西大）

16. さいころを4回振って出た目を順にa, b, c, dとする。以下の問に答えよ。
(1) $ab \geqq cd + 25$となる確率を求めよ。
(2) $ab = cd$となる確率を求めよ。

（神戸大）

17. nを2以上の自然数とする。n個のさいころを同時に投げるとき、次の確率を求めよ。
(1) 少なくとも1個は1の目が出る確率
(2) 出る目の最小値が2である確率
(3) 出る目の最小値が2かつ最大値が5である確率

（滋賀大）

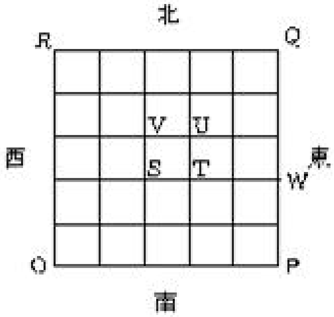
18. 1から6までの目が等しい確率で出るさいころを4回投げる試行を考える。

(1) 出る目の最小値が1である確率を求めよ。

(2) 出る目の最小値が1で、かつ最大値が6である確率を求めよ。

（北海道大）

19. 下図のように、東西および南北にそれぞれ6本の道が通っている。道は線分で表している。線分の交点を地点とよぶ。図中の記号O，P，Q，R，S，T，U，V，Wはすべて地点を表している。隣り合う任意の2つの地点の距離は1である。例えば、地点Sと地点Tとの距離、地点Tと地点Uとの距離はともに1である。



以下の問いに答えよ。

(1) 地点Oから地点Qへの最短距離で地点S，Tのいずれも通らない経路はいくつあるか。

(2) 地点Oから地点Qへの最短距離で地点S，T，U，Vのいずれも通らない経路はいくつあるか。

(3) 定数 p は $0<p<1$ を満たし $q=1-p$ とする。次の試行を考える。

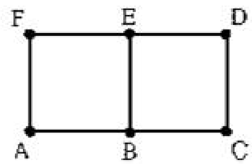
地点Oから出発して、東と北両方向に道がある限り、東と北方向それぞれに確率 p と q で距離1だけ進む。東または北方向に道がない場合は、その地点で終了となる。

この試行において、地点Wに到着する確率を求めよ。

(4) $x=pq$ とおく。(3)の試行において、地点Oからの総移動距離が8以上になる確率を x を用いて表せ。

（大阪教育大）

20. 6個の点A，B，C，D，E，Fが右図のように長さ1の線分で結ばれているとする。各線分をそれぞれ独立に確率 $\frac{1}{2}$ で赤または黒で塗る。赤く塗られた線分だけ通って点Aから点Eに至る経路がある場合はそのうちで最短のものの長さをXとする。そのような経路がない場合は



Ｘを０とする。このとき、$n=0,2,4$についてＸ$=n$となる確率を求めよ。

（京都大）

21. 10 個の球のはいった袋がある。おのおのの球には 1 から 10 までのどれかの数が書いてあり、どの 2 つの球にも異なる数が書いてある。このような袋が 3 袋あるとして、A,B,C とする。A,B,C から球を１個ずつ取り出し、取り出した球に書かれた数をそれぞれa,b,c とする。

(1) a,b,c がすべて異なる確率を求めよ。

(2) a,b,c の最大値が 7 以下である確率を求めよ。

(3) a,b,c の最大値が 7 である確率を求めよ。

(4) $a+b+c=10$ である確率を求めよ。

（首都大東京）

22. n を 2 以上の自然数とする。1 から 9 までの番号を 1 つずつ書いた 9 個の玉が袋の中にある。袋の中から 1 個の玉を取り出し、その数字を記録してからもとに戻すという操作をn 回繰り返す。

(1) 記録された数の積Ｘが偶数である確率は[ア]である。Ｘが 2 でも 5 でも割り切れない確率は[イ]であり、Ｘが 10 で割り切れる確率は[ウ]である。

(2) 記録され得る数字の並び方のうち、和が$9n-2$ になるのは[エ]通りである。$n=3$のとき、記録され得る数字の並び方のうち、和が 25 以上になるのは[オ]通りであり、記録された数の和が 24 以下である確率は[カ]である。

（立命館大）

23. (1) A,B の 2 人がそれぞれ、「石」、「はさみ」、「紙」の 3 種類の「手」から無作為に１つを選んで、双方の「手」によって勝敗を決める。「石」は「はさみ」に勝ち「紙」に負け、「はさみ」は「紙」に勝ち「石に負け、「紙」は「石」に勝ち「はさみ」に負け、同じ「手」どうしは引き分けとする。A がB に勝つ確率と引き分ける確率を求めよ。

(2) 上の 3 種類の「手」の勝敗規則を保ちつつ、これらに加えて、4 種類目の「手」として「水」を加える。「水」は「石」と「はさみ」みは勝つが「紙」には負け、同じ「手」どうしは引き分けとする。A,B がともに 4 種類の「手」から無作為に 1 つずつを選ぶとするとき、A が勝つ確率と引き分けの確率を求めよ。

(3) 上の 4 種類の「手」の勝敗規則を保ちつつ、これらに加えて、さらに第 5 の「手」として「土」を加える。B が 5 種類の「手」から無作為に 1 つを選ぶとき、A の勝つ確率がA の選ぶ「手」によらないようにするためには、「土」と「石」「はさみ」「紙」「水」との勝敗規則をそれぞれどのように定めればよいか。ただし、同じ「手」どうしの場合、しかもその場合にのみ引き分けとする。

（神戸大）

24. 0 と書いたカードが 1 枚、1 と書いたカードが 3 枚、2 と書いたカードが 3 枚、計 7 枚のカードが袋に入っている。このとき、Ａ君とＢ君が次のルールにしたがい、袋から、1 枚ずつカードを引くゲームをする。ただし、引いたカードは袋に戻さないとし、袋の中のカードがなくなればゲームは終了する。

[ア]最初にＡ君がカードを引く。

[イ]0 以外のカードを引いた場合は、次のカードを相手が引く。

[ウ]0 のカードを引いた場合は、次のカードを自分が引く。

Ａ君とＢ君のそれぞれの得点は、0 のカードを引かなかった場合は、引いたカードに書いてある数字の合計とする。0 のカードを引いた場合は、0 のカードを引くまでに引いたカードに書いてある数字の合計とする。Ａ君の得点をＸ、Ｂ君の得点をＹとするとき、次の問に答えよ。

(1) Ｘ$=1$となる確率を求めよ。

(2) Ｘ$=2$となる確率を求めよ。

(3) Ｙ$=5$となる確率を求めよ。

（神戸大）

25. 3 人でじゃんけんをし、勝者がひとりになるまで繰りかえす。ただし、ある回のじゃんけんで負けた者は、その回以降は参加できないものとする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 1 回のじゃんけんの後、3 人が勝ち残っている確率、および、2 人が勝ち残っている確率をそれぞれ求めよ。

(2) ちょうど 3 回でじゃんけんが終わる確率を求めよ。

(3) じゃんけんがn回以下で終わる確率を求めよ。

（兵庫県立大）

26. 複数の参加者がグー、チョキ、パーを出して勝敗を決めるじゃんけんについて、以下の問いに答えよ。ただし、参加者は、グー、チョキ、パーをそれぞれ$\dfrac{1}{3}$の確率で出すものとする。

(1) 4 人で一度だけじゃんけんをするとき、1 ひとだけが勝つ確率、2 人が勝つ確率、3 人が勝つ確率、引き分けになる確率をそれぞれ求めよ。

(2) n人で一度だけじゃんけんをするとき、r人が勝つ確率をnとrを用いて表せ。ただし、$n \geqq 2, 1 \leqq r < n$とする。

(3) $\sum_{r=1}^{n-1} {}_nC_r = 2^n - 2$が成り立つことを示し、$n$人で一度だけじゃんけんをするとき、引き分けになる確率をnを用いて表せ。ただし、$r \geqq 2$とする。

（大阪府立大）

27. 袋の中に 0 から 4 までの数字のうち 1 つが書かれたカードが 1 枚ずつ合計 5 枚入っている。4 つの数$0, 3, 6, 9$をマジックナンバーと呼ぶことにする。次のようなルールをもつ、1 人で行うゲームを考える。

[ルール]袋から無作為に 1 枚ずつカードを取り出していく。ただし、一度取り出したカードは袋に戻さないものとする。取り出したカードの数字の合計がマジックナンバーになったとき、その時点で負けとし、それ以降はカードを取り出さない。途中で負けとなることなく、すべてのカードを取り出せたとき、勝ちとする。

以下の問に答えよ。

(1) 2 枚のカードを取り出したところで負けとなる確率を求めよ。

(2) 3 枚のカードを取り出したところで負けとなる確率を求めよ。

(3) このゲームで勝つ確率を求めよ。

（神戸大）

28. $1, 1, 2, 2, 3, 4$の 6 個の数字を横 1 列に並べてできる 6 桁の自然数は全部で[ア]個ある。さらに、できた 6 桁の自然数の中から無作為に 1 個の自然数を選んだとき、同じ数字が全く隣り合っていない確率は[イ]である。

（関西大）

29. 1 から 36 までの異なる整数の書かれた 36 枚のカードの中から 3 枚のカードを同時に引くとき、引かれた 3 枚のカードの数の和が、6 となる確率は[ア]で、12 となる確率は[イ]で、24 となる確率は[ウ]である。

（同志社大）

30. 製品が 40 個あり、そのうち 2 個が不良品である。

(1) この 40 個の中から 5 個を同時に取り出したとき、1 個以上の不良品が含まれる確率を求めよ。

(2) この 40 個の中から何個かを同時に取り出したとき、1 個以上の不良品が含まれる確率を$\frac{1}{2}$より大きくしたい。取り出す製品の最小個数を求めよ。

（弘前大）

31. $1, 2, 3$の数字のいずれか 1 つがそれぞれに書かれたカードが 24 枚ある。カードをよく切ってから 2 枚を同時に引くとき、それらにそれぞれ書かれている 2 つの数の

和が３である確率は$\dfrac{20}{69}$であり、2 つの数の積が 6 である確率は$\dfrac{5}{23}$である。このとき、数字の 1 が書かれているカードの枚数を求めよ。

（日本獣畜大）

32. 次の問に答えよ。

⑴ $1, 2, 3$ の 3 種類の数字から重複を許して 3 つ選ぶ。選ばれた数の和が 3 の倍数となる組み合わせをすべて求めよ。

⑵ 1 の数字を書いたカードを 3 枚、2 の数字を書いたカードを 3 枚、3 の数字を書いたカードを 3 枚、計 9 枚用意する。この中から無作為に、一度に 3 枚のカードを選んだとき、カードに書かれた数の和が 3 の倍数となる確率を求めよ。

（神戸大）

33. 1 から 9 までの数字が書かれたカードが 1 枚ずつ、合わせて 9 枚のカードがある。この中から同時に３枚のカードを抜き出す。抜き出したカードに書かれている３つの数字について、次の[　　]をうめよ。

⑴ 数字の積が５の倍数である確率は[ア]である。

⑵ 数字の積が偶数である確率は[イ]である。

⑶ 数字の和が偶数である確率は[ウ]である。

⑷ 最大の数字が７である確率は[エ]である。

⑸ 数字の積が 10 の倍数である確率は[オ]である。

（関西大）

34. 1 から 40 までの番号をつけた 40 枚のカードが 2 組ある。これら 80 枚のカードを袋に入れてよくかき混ぜて、同時に 3 枚を取り出す。

⑴ 3 つの番号がすべて 3 の倍数である確率を求めよ。

⑵ 3 つの番号の積が 3 の倍数である確率を求めよ。

⑶ 3 つの番号の和が 3 の倍数である確率を求めよ。

（愛媛大）

35. 1,2,3,4,5 のそれぞれの数字が書かれた玉が 2 個ずつ、合計 10 個ある。

⑴ 10 個の玉を袋に入れ、よくかき混ぜて 2 個の玉を取り出す。書かれている 2 つの数字の積が 10 となる確率を求めよ。

⑵ 10 個の玉を袋に入れ、よくかき混ぜて 4 個の玉を取り出す。書かれている 4 つの数字の積が 100 となる確率を求めよ。

⑶ 10 個の玉を袋に入れ、よくかき混ぜて 6 個の玉を取り出す。1 個目から 3 個目の玉に書かれている 3 つの数字の積と、4 個目から 6 個目の玉に書かれている 3 つの数字

の積が等しい確率を求めよ。

（東北大）

36. nを３以上の整数とする。$3n$枚のカードに１から$3n$までの数字が１つずつ書かれている。この中から３枚のカードを取り出す。ひとたび取りだしたカードは戻さないものとする。

(1) 3 枚のカードの数字がすべて３の倍数である確率を求めよ。

(2) 3 枚のカードの数字の和が３の倍数である確率を求めよ。

(3) 3 枚のカードの数字の積が３の倍数である確率と３枚のカードの数字の和が３の倍数でない確率とはどちらが大きいかを調べよ。

（岡山大）

37. さいころをn回（$n \geqq 1$）投げて、出た目の最小公倍数をlとするとき、次の確率を求めよ。

(1) 2 と 3 の少なくとも一方が一度も出ない確率

(2) lが素数となる確率

(3) lが出た目の 1 つに等しい確率

（滋賀医科大）

38. 1 から 20 までの整数を 1 つずつ書いた 20 枚のカードが入った袋がある。その袋からカードを 2 回引く。ただし、1 回目に引いたカードを袋に戻してから 2 回目のカードを引く。1 回目に引いたカードに書かれた整数をaとし、2 回目に引いたカードに書かれた整数をbとする。

(1) a, bが 2 または 3 を公約数にもつ確率を求めよ。

(2) a, bが 2 または 3 または 5 を公約数にもつ確率を求めよ。

(3) nを 2 以上 40 以下の整数とする。$a+b=n$となる確率を、nを用いて表せ。

(4) nを 1 以上 20 以下の整数とする。a, bの最小値がn以下となる確率を、nを用いて表せ。

（大阪教育大）

39. 赤玉、白玉、黒玉が入っている袋の中から玉を１個取り出し、その色を記録して袋の中にもどし、さらに今取り出した玉と同じ色の玉を２個、袋の中に追加する。以上の操作を１回の試行とする。最初、袋の中には赤玉、白玉、黒玉がそれぞれ１個ずつ入っているとする。次の[　　]を数値でうめよ。

(1) この試行を１回行うと、どの色の玉が出たとしても、袋の中の玉の総数は[ア]個増える。

(2) この試行を最初から２回行うとき、２回とも赤玉が出る確率は[イ]だから、２

回とも同じ色のたまが出る確率は[　ウ　]である。

(3)　この試行を最初から３回行う。３回とも同じ色の玉が出る確率は[　エ　]である。

また、ちょうど２種類の玉が出る確率は[　オ　]である。

(4) この試行を最初から５回行うとき、５回とも同じ色の玉が出る確率は[　カ　]である。

（関西大）

40.　n チーム（$n \geqq 2$）が総当たりでサッカーの試合をする。各チームに勝利数に等しい勝ち点が与えられる。なお、引き分けはないものとし、各チームの実力は同等であるとする。このとき、

(1)　各チームの試合数と全体の試合数を求めよ。

(2)　すべてのチームの勝ち点が互いに異なる確率を求めよ。

（茨城大）

41.　表面に「１点」と書かれたカードが５枚、「５点」と書かれたカードが３枚、「10点」と書かれたカードが２枚、合わせて 10 枚のカードがある。この 10 枚のカードを裏返してよくまぜてから３枚を取り出す。３枚のカードの点数の合計を N 点とする。以下の問に答えよ。

(1)　$N < 10$ となる確率 p_1 を求めよ。

(2)　$N \geqq 20$ となる確率 p_2 を求めよ。

(3)　$10 \leqq N < 20$ となる確率 p_3 を求めよ。

(4)　３枚とも同じ点数となる確率 p_4 を求めよ。

（首都大東京）

42.　赤玉６個、白玉３個の入った袋をよくかきまぜて、その中から５個を取り出すとき、これらのうちに赤玉が奇数個含まれている確率は[　　]である。

（奈良県立医大）

43.　白玉と赤玉が $1:2$ の割合で入っている袋がある。袋の中から同時に２個の玉を取り出すとき、２個の玉が同じ色である確率が $\dfrac{1}{2}$ であるとする。このとき、袋の中には全部で[　ア　]個の玉が入っている。この袋の中から３個の玉を取り出すとき、その３個の中に白玉、赤玉の両方が入っている確率は[　イ　]である。

（福岡大）

44.　赤玉５個、白玉４個、青玉３個が入っている袋から、よくかき混ぜて玉を同時に３個取り出すとき、次の確率を求めよ。

(1) ３個とも赤玉である確率
(2) 3 個とも色が異なる確率
(3) 3 個の玉の色が２種類である確率 （岐阜大）

45. 赤カード、黄カード、青カード、それぞれ４枚ずつ合計 12 枚のカードがあり、それぞれの色のカードには、1 枚ずつに $1, 2, 3, 4$ と数字が記入されている。この 12 枚のカードをよく混ぜて、そのうちから３枚のカードを同時に取り出す。次の[　　]をうめよ。
これら３枚のカードについて、

(1) ちょうど２種類の色がある確率は[ア]である。

(2) すべて異なる数字である確率は[イ]である。

(3) ちょうど２種類の数字がある確率は[ウ]である。

(4) 最大の数字が３である確率は[エ]である。

(5) 3 つの数字の和が６である確率は[オ]である。

（関西大）

46. １から 20 までの整数が１つずつ書かれた 20 枚のカードがある。
(1) ２枚のカードを同時に取り出すとき、取り出した２枚のカードの整数の和が３の倍数になる確率を求めよ。
(2) 17 枚のカードを同時に取り出すとき、取り出した 17 枚のカードの整数の和が３の倍数になる確率を求めよ。

（鳥取大）

47. 中の見えない袋の中に同じ大きさの白玉３個、赤玉２個、黒玉１個が入っている。この袋から１玉ずつ玉を取り出し、黒玉を取り出したとき袋から玉を取り出すのをやめる。ただし、取り出した玉はもとに戻さない。この試行を行うとき、以下の問に答えよ。
(1) 取り出した玉の中に、赤玉がちょうど２個含まれる確率を求めよ。
(2) 取り出した玉の中に、赤玉より白玉が多く含まれる確率を求めよ。

（大阪府立大）

48. 箱の中にＡと書かれたカード、Ｂと書かれたカード、Ｃと書かれたカードがそれぞれ 4 枚ずつ入っている。男性 6 人、女性 6 人が箱の中から 1 枚ずつカードを引く。ただし、引いたカードは戻さない。
(1) Ａと書かれたカードを 4 枚とも男性が引く確率を求めよ。

(2)　A，B，Cと書かれたカードのうち、少なくとも１種類のカードを４枚とも男性または４枚とも女性が引く確率を求めよ。

（横浜市大）

49.　赤玉、白玉、青玉が各々 a, b, c（$a \leqq b \leqq c$）個入った箱から２個の玉を同時に取り出すことを考える。

(1)　$n = a + b + c$，$s = a^2 + b^2 + c^2$ とする。取り出した２個の玉の色が相異なる確率 $P(a, b, c)$ を n, s を用いて表せ。

(2)　$n = 11$ のとき、$P(a, b, c)$ を最大にする a, b, c と、そのときの $P(a, b, c)$ の値を求めよ。

（大阪大）

50.　サイコロを４回投げて出た目を順に a, b, c, d とする。xy 平面上に点 $P(a, b)$，$Q(c, d)$ をとる。

(1)　P, Q が同一の点となる確率は[　ア　]である。

(2)　P, Q が異なる点であり、直線 PQ が原点を通る確率は[　イ　]である。

(3)　P, Q が異なる点であり、直線 PQ の傾きが負となる確率は[　ウ　]である。

(4)　線分 PQ の長さは $PQ = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$ である。$PQ > \sqrt{33}$ となる確率は[　エ　]である。

（関西大）

51.　ある種の粒子は出現して１時間後に次のように変化する。

確率 $\dfrac{1}{3}$ で２個の新しい粒子になる。

確率 $\dfrac{1}{2}$ で１個の新しい粒子になる。

確率 $\dfrac{1}{6}$ で消滅する。

１個の粒子から始まるものとして、次の問いに答えよ。

(1)　２時間後に粒子が２個になっている確率を求めよ。

(2)　３時間後に粒子が５個になっている確率を求めよ。

(3)　n を自然数とする。n 時間後に最大いくつの粒子があるか。その個数と、そうなる確率を n を用いて表せ。

（大阪教育大）

52.　n を３以上の整数とする。このとき、次の問に答えよ。

(1) さいころをn回投げたとき、出た目の数がすべて 1 になる確率を求めよ。

(2) さいころをn回投げたとき、出た目の数が1と２の 2 種類になる確率を求めよ。

(3) さいころをn回投げたとき、出た目の数が３種類になる確率を求めよ。

（神戸大）

53. さいころをn個同時に投げるとき、出た目の数の和が$n+3$になる確率を求めよ。

（京都大）

54. 1 枚の硬貨を繰り返し投げる試行を前半と後半に分けて行った。前半では 103 回以上の試行を行った結果、表が出た割合は小数第４位を四捨五入して0.510となった。後半では 200 回の試行を行った結果、表が 99 回出た。これにより前半と後半を通して表が出た割合はちょうど0.5となった。このとき、前半で硬貨を投げた回数を求めよ。

（大阪大）

§14. 確率１

1. $\dfrac{1}{5}$

2. $\dfrac{17}{108}$

3.. $\dfrac{n-2}{3(2n-1)}$

4. ［ア］ $\dfrac{1}{6}$ ［イ］ $\dfrac{1}{30}$ ［ウ］ $\dfrac{1}{3}$［エ］ $\dfrac{1}{15}$

［オ］ $\dfrac{1}{5}$ ［カ］ $\dfrac{1}{2}$ ［キ］ $\dfrac{1}{6}$

5. (1) $\dfrac{4}{9}$ (2) $\dfrac{1}{18}$

6. (1) $\dfrac{1}{36}$ (2) $\dfrac{5}{108}$ (3) $\dfrac{11}{108}$

7. (1) $\dfrac{91}{216}$ (2) $1-\left(\dfrac{5}{6}\right)^{r-1}$

8. (1) $\dfrac{21}{32}$ (2) $\dfrac{11}{64}$

9. ［ア］ $\dfrac{5}{12}$ ［イ］ $\dfrac{1}{8}$

10. $\dfrac{5}{12}$

11. ［ア］ $\dfrac{5}{36}$ ［イ］ $\dfrac{1}{12}$ ［ウ］ $\dfrac{17}{36}$

［エ］ $\dfrac{5}{36}$ ［オ］ $\dfrac{17}{36}$

12. (1) $\dfrac{1}{2}$ (2) $\dfrac{19}{210}$ (3) $\dfrac{3}{70}$

13. (1) $\dfrac{137}{216}$ (2) $\dfrac{1}{4}$

14. (1) $\dfrac{1}{108}$ (2) $\dfrac{5}{9}$

15. $\dfrac{7}{27}$

16. (1) $\dfrac{13}{432}$ (2) $\dfrac{43}{648}$

17. (1) $1-\left(\dfrac{5}{6}\right)^{n}$ (2) $\dfrac{5^n-4^n}{6^n}$

(3) $\dfrac{4^n-2\cdot 3^n+2^n}{6^n}$

18. (1) $\dfrac{671}{1296}$ (2) $\dfrac{151}{648}$

19. (1) 92 (2) 52 (3) $15p^5q^2$

(4) $35x^3$

20. $X=0\to\dfrac{69}{128}$ $X=2\to\dfrac{7}{16}$

$X=4\to\dfrac{3}{128}$

21. (1) $\frac{18}{25}$ (2) $\frac{343}{1000}$ (3) $\frac{127}{1000}$ (4) $\frac{9}{250}$

22. ［ア］ $1-\left(\frac{5}{9}\right)^n$ ［イ］ $\left(\frac{4}{9}\right)^n$

［ウ］ $1-\left(\frac{5}{9}\right)^n-\left(\frac{8}{9}\right)^n+\left(\frac{4}{9}\right)^n$

［エ］ $\frac{n^2+n}{2}$ ［オ］ 10 ［カ］ $\frac{719}{729}$

23. (1) 順に $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$ (2) 順に $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{4}$ (3) 略

24. (1) $\frac{1}{14}$ (2) $\frac{1}{10}$ (3) $\frac{9}{35}$

25. (1) 順に $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{5}{27}$

(3) $1-(n+1)\left(\frac{1}{3}\right)^n$

26. (1) 順に $\frac{4}{27}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{4}{27}$, $\frac{13}{27}$ (2) $\frac{{}_nC_r}{3^{n-1}}$

(3) 二項定理より証明 $\frac{3^{n-1}-2^n+2}{3^{n-1}}$

27. (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{2}{15}$ (3) $\frac{1}{5}$

28. ［ア］ 180 , ［イ］ $\frac{7}{15}$

29. (1) $\frac{1}{7140}$ (2) $\frac{1}{1020}$ (3) $\frac{37}{7140}$

30. (1) $\frac{37}{156}$ (2) 12

31. 8枚

32. (1) 4通り (2) $\frac{5}{14}$

33. ［ア］ $\frac{1}{3}$ ［イ］ $\frac{37}{42}$ ［ウ］ $\frac{11}{21}$

［エ］ $\frac{5}{28}$ ［オ］ $\frac{11}{42}$

34. (1) $\frac{5}{158}$ (2) $\frac{1103}{1580}$ (3) $\frac{527}{1580}$

35. (1) $\frac{4}{45}$ (2) $\frac{1}{42}$ (3) $\frac{2}{75}$

36.

(1) $\frac{(n-1)(n-2)}{3(3n-1)(3n-2)}$ (2) $\frac{3n^2-3n+2}{(3n-1)(3n-2)}$

(3) 積が3の倍数

37. (1) $\frac{2\cdot 5^n-4^n}{6^n}$ (2) $\frac{3\cdot 2^n-3}{6^n}$

(3) $\frac{4^n-2\cdot 2^n-2}{6^n}$

38. (1) $\frac{127}{400}$ (2) $\frac{69}{200}$

(3) $n \leqq 20 \to \dfrac{n-1}{400}$, $n \geqq 21 \to \dfrac{-n+41}{400}$ (4) $\dfrac{40n-n^2}{400}$

39. ［ア］ 2 ［イ］ $\dfrac{1}{5}$ ［ウ］ $\dfrac{3}{5}$ ［エ］ $\dfrac{3}{7}$

［オ］ $\dfrac{18}{35}$ ［カ］ $\dfrac{3}{11}$

40. (1) $\dfrac{n(n-1)}{2}$ (2) $n!\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{n(n-1)}{2}}$

41. (1) $\dfrac{1}{3}$ (2) $\dfrac{7}{60}$ (3) $\dfrac{11}{20}$ (4) $\dfrac{11}{120}$

42. $\dfrac{11}{21}$

43. (1) 9 (2) $\dfrac{3}{4}$

44. (1) $\dfrac{1}{22}$ (2) $\dfrac{3}{11}$ (3) $\dfrac{29}{44}$

45. ［ア］ $\dfrac{36}{55}$ ［イ］ $\dfrac{27}{55}$ ［ウ］ $\dfrac{27}{55}$

［エ］ $\dfrac{16}{55}$ ［オ］ $\dfrac{37}{220}$

46. (1) $\dfrac{32}{95}$ (2) $\dfrac{32}{95}$

47. (1) $\dfrac{1}{3}$ (2) $\dfrac{1}{2}$

48. (1) $\dfrac{1}{33}$ (2) $\dfrac{1}{7}$

49. (1) $\dfrac{n^2-s}{n(n-1)}$

(2) $(a, b, c) = (3, 4, 4)$

$P(a, b, c) = \dfrac{8}{11}$

50. ［ア］ $\dfrac{1}{36}$ ［イ］ $\dfrac{25}{648}$ ［ウ］ $\dfrac{25}{72}$

［エ］ $\dfrac{11}{324}$

51. (1) $\dfrac{31}{108}$ (2) $\dfrac{7}{243}$

(3) 2^n, $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2^n-1}$

52. (1) $\left(\dfrac{1}{6}\right)^n$ (2) $\dfrac{2^n-2}{6^n}$

(3) $20\times\dfrac{3^n-3\times 2^n+3}{6^n}$

53. $\dfrac{n(n+1)(n+2)}{6^{n+1}}$

54. 104回