

§ 10-2 解と係数の関係

1. 2次方程式 $(x-1)(x+2)+x(x-1)+x(x+2)=0$ の2つの解を α, β とする。このとき、 $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}$ の値を求めよ。

(1991 城西大)

2. 2次方程式 $x^2+x+2=0$ の2つの解を α, β とする。このとき、 $\alpha^3 + \beta^3$ の値を求めよ。

(2010 京都産業大)

3. 2次方程式 $x^2-2ax+a=0$ の2つの解を α, β とする。 $\alpha^2 + \beta^2=2$ となるのは a の値がいくらのときか。

(2011 京都産業大)

4. 2次方程式 $x^2-ax+2a-5=0$ の2つの解を α, β とする。 $|\alpha - \beta|$ は $a = [\text{ア}]$ のとき、最小値 $[\text{イ}]$ をとる。

(2004 摂南大)

5. x の2次方程式 $x^2-ax+a^2-3=0$ が、 $p+qi, p-qi$ (i は虚数単位、 p は実数、 q は0でない実数とする) の形で表される2つの虚数解をもつ。 $(p+qi)(p-qi)=4$ であるとき、実数 a の値を求めよ。

(2009 関西大)

6. 2次方程式 $x^2+2px+p=0$ の2つの解を α, β とするとき、 $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} = -9$ となる定数 p の値を求めよ。

(1991 関西大)

7. 2次方程式 $x^2-(m+1)x+m=0$ の1つの解が他の解の2倍に等しいという。このときの m の値を求めよ。

(1991 常盤大)

8. 2次方程式 $x^2 + 3x - 2 = 0$ の解が α, β であるとき、 $x^2 + [\text{ア}]x + [\text{イ}] = 0$ の解は、 α^2, β^2 であり、 $x^2 + [\text{ウ}]x + [\text{エ}] = 0$ の解は、 α^3, β^3 である。

(1991 関西学院大)

9. 2次方程式 $2x^2 + ax + 2 = 0$ の解を α, β とするとき、 $\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = -\frac{3}{2}$ ならば、 $a = [\text{ア}]$ であり、 $\alpha - 1, \beta - 1$ を2つの解にもつ2次方程式の1つは $2x^2 + [\text{イ}]x + [\text{ウ}] = 0$ である。

(2006 摂南大)

10. 2次方程式 $x^2 + 2x + 3 = 0$ の解を α, β とするとき、 $\frac{1-\alpha}{1+\beta}, \frac{1-\beta}{1+\alpha}$ を解とする2次方程式は $x^2 - [\text{ア}]x + [\text{イ}] = 0$ である。

(1991 関東学院大)

11. 実数 b, c を係数とする2次方程式 $x^2 + bx + c = 0$ が異なる2つの虚数解をもつ。1つの虚数解を α とすると、他の解は $2\alpha - 4 + 3i$ と表すことができる。このとき、 b と c の値を求めよ。

(2004 広島県立大)

12. 2次方程式 $x^2 + x - 1 = 0$ の2つの解を α, β とする。次の式の値を求めよ。

(1) $(\alpha - 1)(\beta - 1)$

(2) $\alpha^4 + \beta^4$

(3) $\alpha^{16} + \beta^{16}$

(4) $(\alpha + 1)^8 + (\beta + 1)^8$

(5) $(\alpha^3 + 1)^8 + (\beta^3 + 1)^8$

(6) $\sum_{k=1}^{17} (\alpha^k + \beta^k)$

(2023 大阪教育大)

§10-2 解と係数の関係

1. 4
2. 5
3. $a = -\frac{1}{2}, 1$
4. ア 4 イ 2
5. $\pm\sqrt{7}$
6. $p = \frac{3}{2}, -\frac{3}{4}$
7. $m = 2, \frac{1}{2}$
8. ア -13 イ 4 ウ 45 エ -8
9. ア 3 イ 7 ウ 7
10. ア 2 イ 3
11. $(b, c) = (-8, 17)$
12. (1) 1 (2) 7 (3) 2207 (4) 47 (5) 12032