

条件付き確率

1. 3 個のさいころ A, B, C を 1 回ずつ投げる。さいころ A の出た目が 4 であり、かつ 3 個のさいころの出た目の最大値が 4 である確率は[(1)]である。3 個のさいころの出た目の最大値が 4 であるときに、さいころ A の出た目が 4 である確率は[(2)]である。

(2023 福岡大)

2. あるイベント会場に司会者の S さん, チーム a の A, B, C, チーム d の D, E, F の合計 7 人がいる。チーム a の 3 人とチーム d の 3 人は面識はない。A, B, C の各人は D, E, F の誰か一人を無作為に等確率で選ぶ。D, E, F の各人は A, B, C の誰か一人を無作為に等確率で選ぶ。お互いが指定した者同士がいれば、『新たな友達』になる。たとえば A さんが D さんを指定し、D さんが A さんを指定すれば A さんと D さんは『新たな友達』になる。ただし、誰が誰を指定したかは S さんの前にあるパネルに瞬時に表示され、S さんだけに分かるとする。S さんの発言は常に正しいとする。

(1) 『新たな友達』が 3 組できる確率は[(1)], 『新たな友達』が 2 組できる確率は[(2)]である。

(2) S さんが言った。

「A さん, ある人と『新たな友達』になりましたよ。」

このとき、B さんが誰かと『新たな友達』になる条件付き確率は[(3)]である。

(3) S さんが言った。

「A さん, ある人と『新たな友達』になりましたよ。D さん, ある人と『新たな友達』になりましたよ。」

このとき、A さんと D さんが『新たな友達』である条件付き確率は[(4)]である。

(2025 久留米大)

3. A と B の 2 つの袋がある。A には赤球が 2 個と白球が 2 個入っており、B には赤球が 1 個と白球が 3 個入っている。今いずれかの袋から 1 個, 球を取り出したところ、赤球であった。それが袋 A から取り出された確率と袋 B から取り出された確率をそれぞれ求めよ。ただし、いずれの袋を選ぶのかは同様に確からしいとする。

(2022 兵庫医科大)

4. 正の数の a, b, c を 3 辺の長さとする三角形が存在するのは 3 つの不等式

$$a + b > c, b + c > a, c + a > b$$

が成り立つときである。さいころを 3 回投げ、出た目を順に a, b, c とする。

(1) a, b, c を 3 辺の長さとする三角形が存在する確率を求めよ。

(2) a, b, c を 3 辺の長さとする三角形が存在するとき、それが二等辺三角形である条件つき確率を求めよ。ただし、正三角形は二等辺三角形である。

(2022 大阪歯科大)

5. 袋 A には赤球が 2 個，袋 B には白球が 2 個入っている。このとき次の試行 T を行う。

(試行 T) 袋 A, B から球を 1 個ずつ取り出し、袋 A から取り出した球を袋 B に、袋 B から取り出した球を袋 A に入れる。

n 回の試行 T を繰り返した後、袋 A に赤球が 1 個入っている確率を P_n ，袋 A に赤球が 2 個入っている確率を Q_n ，袋 A に赤球が入っていない確率を R_n とする。すると、 $P_3 = [(1)]$ ， $P_5 = [(2)]$ であり、 P_{n+1} を P_n ， Q_n ， R_n を用いて表すと $P_{n+1} = [(3)]$ となる。よって、 P_n は n を用いて $P_n = [(4)]$ と書ける。また、6 回の試行 T を行った後、袋 A に赤球が 1 個であった。このとき 3 回の試行 T 終了後も赤球が 1 個であった確率は $[(5)]$ となる。

(2024 近畿大)

6. ボタンを 1 回押すたびに 3 桁の数字が表示される装置がある。各桁には、ある出現確率で 1, 2, 3, 4, 5 のいずれかの数が現れ、3 桁の数字がすべて一致したときに「あたり」となる。この装置には状態 A と状態 B の 2 つの状態があり、そのときの状態に従って数字の出現確率がすべての桁で同時に変化する。この状態はボタンを押すたびに決定され、状態 A は $\frac{1}{4}$ ，状態 B は $\frac{3}{4}$ の確率で選ばれる。また、状態 A のときの数字の出現確率は、1 の出現確率のみ $\frac{3}{5}$ で、残りの 2~5 はそれぞれ $\frac{1}{10}$ であり、状態 B のときの数字の出現確率は 1, 2, 3 は $\frac{1}{5}$ ，5 は $\frac{2}{5}$ で、4 は出現しない。

この装置について、以下の確率を求めよ。なお、各設問の答えは解答用紙の指定欄に既約分数で記入すること。

- (1) 装置の状態が状態 A のとき、ボタンを押して「あたり」が出る確率
- (2) 装置の状態が状態 B のとき、ボタンを押して「あたり」が出る確率
- (3) ボタンを押して「あたり」が出る確率
- (4) ボタンを押して「あたり」が出たときに、装置の状態が状態 A である条件付き確率

(2022 関西医科大学)

7. ある病気にかかっているかどうかを判定する検査があり、検査結果は陽性か陰性かのどちらかである。この検査は、病気にかかっている人が陽性と判定される確率が $\frac{3}{4}$ であり、病気にかかっていない人が陰性と判定される確率が $\frac{19}{20}$ である。ここで、A 地域でこの病気にかかっている人の割合は全体の $\frac{1}{56}$ であるが、B 地域でこの病気にかかっている人の割合はわかっていないとする。

A 地域の住民から無作為に選ばれた被験者にこの検査を行う場合、検査結果が陽性となる確率は $[(1)]$ である。さらに、検査で陽性と判定されたときに、実際に病気にかかっている確率は $[(2)]$ である。

B 地域の住民から無作為に選ばれた被験者にこの検査を行う場合、検査結果が陽性となる確率は $\frac{3}{20}$ であった。このとき、B 地域の住民でこの病気にかかっている人の割合は $[(3)]$ であり、検査で陽性と判定されたときに、実際に病気にかかっている確率は $[(4)]$ である。

なお、この設問の解答は既約分数で表すこと。

(2021 関西医科大学)

8. 12 本中 3 本が当たりのくじを 1 本ずつ順番に引く。2 番目までに当たりが 1 本だけ出たとき、3 番目に当たりを引く条件付き確率は [(1)] である。

(2021 大阪歯科大)

9. サイコロを 4 回投げて出た目をそれぞれ Z_1, Z'_1, Z_2, Z'_2 とし、 $X_i (i = 1, 2)$ を次のように定義する。

$$X_i = \begin{cases} Z_i & (Z_i \geq 4 \text{ のとき}) \\ Z_i + Z'_i & (Z_i \leq 3, Z_i + Z'_i \leq 6 \text{ のとき}) \\ 6 & (Z_i \leq 3, Z_i + Z'_i > 6 \text{ のとき}) \end{cases}$$

- (1) X_1 がとりうる値とそれぞれの確率を求めよ。
- (2) $Z_1 = 1$ のとき、 $X_1 + X_2 = 6$ である条件付き確率を求めよ。
- (3) $X_1 + X_2 = 6$ のとき、 $Z_1 = 1$ である条件付き確率を求めよ。

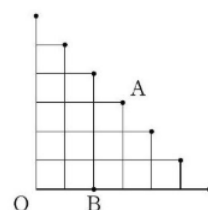
(2019 大阪歯科大)

10. A さんは、訪問先を訪ねると $\frac{1}{9}$ の確率で傘を忘れてきてしまう。ある日、傘を 1 本持って出発した A さんが 20 か所の訪問先を回り帰宅したとき、傘を忘れてきたことに気がついた。偶数番目のいずれかの訪問先に傘を忘れてきた確率を求めよ。

(2021 愛知医科大)

11. 右の図の点 O から出発し、硬貨を投げて表なら上に、裏なら右に 1 目盛ずつ進むとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 A に到達する確率を求めよ。
- (2) 点 A に到達したとき、点 B 経由である確率を求めよ。



(2016 愛知医科大)

12. 袋の中に白球が 3 個，赤球が 2 個入っている。この袋から 2 個の球を取り出し、色を確認して袋に戻すという試行を繰り返し行う。取り出した 2 個の球の色が同じとき 2 点，取り出した 2 個の球の色が異なるとき 1 点を得るとする。

- (1) この試行を 1 回行ったとき、得点が 2 点である確率は $\frac{[(1)]}{[(2)]}$ である。
- (2) この試行を 3 回繰り返したとき、得点の合計が 5 点である確率は $\frac{[(3)] \text{ II } [(4)]}{[(5)] \text{ II } [(6)] \text{ II } [(7)]}$ である。
- (3) この試行を 7 回繰り返したとき、得点の合計が 11 点であった。この条件のもとで、3 回目までの得点の合計が 5 点である条件つき確率は $\frac{[(8)] \text{ II } [(9)]}{[(10)] \text{ II } [(11)]}$ である。

(2024 日本大)

13. 壺のなかに赤球が3個，白球が2個入っている。無作為に1つの球をとり出し、色をみて元へ戻し同じ色の球をさらに1つ加える。引き続いて1つの球をとり出し、色をみてその球および1個の同色の球を壺のなかに加える。3回目にまた1つの球をとり出す。このとき、 k 回目に赤球が出るという事象を A_k とする ($k=1, 2, 3$)。

3回とも赤球が出る確率 $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$ は [(1)] であり、また $P(A_3) =$ [(2)] である。さらに、条件つき確率 $P_{A_3}(A_2)$ は [(3)] である。

(2006 東京慈恵会医科大)

14. 以下の文章の空欄に適切な式を入れて文章を完成させなさい。ただし [(2)] ~ [(6)] に記入する式は文字 n についての分数式で、可能な限り約分され、また分母と分子は可能な限り実数の範囲で因数分解されたものとする。

$2n$ 個の玉があり、そのうち k 個は赤，他は白とする。ただし $n > k > 1$ である。また袋 A, B が用意されているとする。

(1) $2n$ 個の玉から n 個を無作為に選んで袋 A に入れ、残りを袋 B に入れる。袋 A に i 個 ($0 \leq i \leq k$) の赤玉が入る確率を $p(n, k, i)$ とおく。 k と i を固定して $n \rightarrow \infty$ とするときの $p(n, k, i)$ の極限値を k と i の式で表すと $\lim_{n \rightarrow \infty} p(n, k, i) =$ [(1)] となる。また $n > 3$ のとき $p(n, 3, 1) =$ [(2)] である。

以下 $n > k = 3$ として、袋 A に赤玉が1個，袋 B に赤玉が2個入っている状態を状態 S と呼ぶ。また袋 A, B のそれぞれから同時に玉を1個ずつ無作為に取り出して、玉が入っていた袋と逆の袋に入れる操作を操作 T と呼ぶ。

(2) 状態 S から始めて操作 T を1回行なった後で袋 A から玉を1個無作為に取り出すとき、取り出した玉が赤玉である確率は [(3)] である。また、取り出した玉が赤玉だったとき、操作 T 終了後に袋 A に赤玉が2個入っていた条件つき確率は [(4)] である。

(3) 状態 S から始めて操作 T を3回繰り返して行なった後に、袋 A に赤玉が3個入っている確率は [(5)] である。

(4) 状態 S から始めて袋 A, B のそれぞれから同時に玉を3個ずつ無作為に取り出して、それらを玉が入っていた袋と逆の袋に入れた後に、袋 A に赤玉が3個入っている確率は [(6)] である。

(2022 慶応義塾大)

15. 次の文章を読み、後の問い(1)~(4)の各枠に当てはまる符号または数字をマークせよ。

赤色と黄色と無色透明なセロハンがこの順に 5 : 3 : 2 の割合で袋の中に詰められている。A, B, C, D の4人がこの中から無作為にセロハンを2枚ずつ取り出す。袋の中のセロハンはよく混ぜられており、取り出すときに何色のセロハンか判別できない。また、袋の中のセロハンは十分に多いので、セロハンを取り出した後も、3種類のセロハンの割合は変化しないと考えてよい。

取り出した2枚のセロハンを重ねて色を観察すると、赤色同士のセロハンが重なる場合と、赤色と無色のセロハンが重なる場合はともに赤色に見える。同様に、黄色のセロハン同士が重なる場合と、黄色と無色のセロハンが重なる場合はともに黄色に見える。赤色と黄色のセロハンが重なる場合はだいたい色に見える。

(1) A が取り出した 2 枚のセロハンを重ねると赤色に見える確率は $\frac{[(1)]}{[(2) \text{ II } (3)]}$ である。

(2) A が取り出した 2 枚のセロハンを重ねると赤色に見えた。このとき、取り出したセロハンが両方とも赤色である確率は $\frac{[(4)]}{[(5)]}$ である。

(3) B が取り出した 2 枚のセロハンを重ねると赤色に見えた。この 2 枚のセロハンから 1 枚を無作為に選んだとき、透明なセロハンが選ばれる確率は $\frac{[(6)]}{[(7)]}$ である。

C が取り出した 2 枚のセロハンを重ねると赤色に見え、D が取り出した 2 枚のセロハンを重ねると黄色に見えた。この後、C が取り出したセロハンから 1 枚を無作為に選び、D が取り出したセロハンからも 1 枚を無作為に選んで、この 2 枚を重ねた。このとき、だいたい色に見える確率は $\frac{[(8)]}{[(9)]}$ である。

(2024 埼玉医科大)

16. 次の文章中の[(1)]～[(25)]に適する符号または数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

3 つの袋 A, B, C がある。袋 A には赤球 1 個, 白球 2 個, 青球 2 個, 袋 B には赤球 2 個, 白球 1 個, 青球 2 個, 袋 C には赤球 2 個, 白球 2 個, 青球 1 個が入っている。

(1) それぞれの袋から同時に 1 個の球を取り出す。袋 A から取り出した球は袋 B に入れ、袋 B から取り出した球は袋 A に入れる。また、袋 C から取り出した球は白球ならば袋 A に入れ、白球以外ならば袋 C に戻す。この操作の後、次の確率をそれぞれ求めよ。

(i) 袋 A の中に赤球が入っていない確率は $\frac{[(1)]}{[(2) \text{ II } (3)]}$ である。

(ii) 袋 A の中に赤球がちょうど 1 個入っている確率は $\frac{[(4) \text{ II } (5)]}{[(6) \text{ II } (7)]}$ である。

(iii) 袋 A の中に白球がちょうど 3 個入っている確率は $\frac{[(8) \text{ II } (9)]}{[(10) \text{ II } (11) \text{ II } (12)]}$ である。

(iv) 袋 A の中に白球がちょうど 3 個入っていたとき、その中に袋 C から取り出した白球が含まれている条件付き確率は $\frac{[(13) \text{ II } (14)]}{[(15) \text{ II } (16)]}$ である。

(2) それぞれの袋から同時に 2 個の球を取り出す。袋 A から取り出した球はすべて袋 B に入れ、袋 B から取り出した球はすべて袋 A に入れる。また、袋 C から取り出した球は、それらが同じ色ならばすべて袋 A に入れ、異なる色ならばすべて袋 C に戻す。この操作の後、次の確率をそれぞれ求めよ。

(i) 袋 A の中に赤球が 5 個入っている確率は $\frac{[(17)]}{[(18) \text{ II } (19) \text{ II } (20)]}$ である。

(ii) 袋 A の中に赤球が入っていない確率は $\frac{[(21) \text{ II } (22)]}{[(23) \text{ II } (24) \text{ II } (25)]}$ である。

(2023 国際医療福祉大)

17. 次の文章中の〔 (1) 〕～〔 (25) 〕に適する符号または数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。
表と裏が同じ確率で出る 1 枚のコインがある。このコインを投げる試行を繰り返し行う。4 回連続して表が出たら、試行を終了する。

(1) コインをちょうど 4 回投げて試行を終了する確率は $\frac{〔 (1) 〕}{〔 (2) 〕〔 (3) 〕}$ である。

コインをちょうど 5 回投げて試行を終了する確率は $\frac{〔 (4) 〕}{〔 (5) 〕〔 (6) 〕}$ である。

コインをちょうど 6 回投げて試行を終了する確率は $\frac{〔 (7) 〕}{〔 (8) 〕〔 (9) 〕}$ である。

(2) コインをちょうど 8 回投げて試行を終了する確率は $\frac{〔 (10) 〕}{〔 (11) 〕〔 (12) 〕}$ である。

コインをちょうど 8 回投げて試行を終了したとき、表が出た回数がちょうど 5 回である条件付き確率は $\frac{〔 (13) 〕}{〔 (14) 〕}$ である。

(3) コインをちょうど 9 回投げて試行を終了する確率は $\frac{〔 (15) 〕〔 (16) 〕}{〔 (17) 〕〔 (18) 〕〔 (19) 〕}$ である。

コインを 10 回以上投げる確率は $\frac{〔 (20) 〕〔 (21) 〕〔 (22) 〕}{〔 (23) 〕〔 (24) 〕〔 (25) 〕}$ である。

(2021 国際医療福祉大)

18. プレイヤー A, B がそれぞれ箱を持っており、どちらの箱にも 1 から n の整数が書かれたカードが各 1 枚、合計 n 枚のカードが入っている。1 回のゲームでは、A と B はそれぞれ自分の箱から 1 枚のカードを無作為に選んで取り出し、カードの数字を比べる。数字が大きいカードを出した方が勝ち、小さいカードを出した方は負けで、カードの数字が同じ場合は引き分けとする。取り出したカードは箱に戻さず、箱の中のカードがなくなるまで n 回のゲームを行う。 m 回目 ($1 \leq m \leq n$) に取り出したカードによるゲームを第 m ゲームと呼び、第 m ゲームにおける A のカードの数字を a_m 、B のカードの数字を b_m とする。

(1) $n=3$ とする。3 回のゲームすべてが引き分けとなる確率は〔 (1) 〕である。また 3 回のゲームが終わった時点で、A が勝ったゲーム数と B が勝ったゲーム数が 0 も含めて同数となる確率は〔 (2) 〕である。

(2) $n=3$ とする。第一ゲームでは A が勝ったとき、第 2 ゲームで A が勝つ確率は〔 (3) 〕で、B が勝つ確率は〔 (4) 〕である。

(3) n を 3 以上の整数とする。第 1 ゲームで A が勝つ確率は〔 (5) 〕である。以下では $a_1 = k$ および $b_1 = l$ ($k > l$) であったとする。第 2 ゲームでの $a_2 \neq l$ かつ $b_2 \neq k$ となり、かつ A が勝つ確率は〔 (6) 〕である。また、第 2 ゲームでの $a_1 = l$ または $b_1 = k$ の少なくとも一方が成り立ち、かつ A が勝つ確率は〔 (7) 〕である。

(2020 奈良県立医科大)

19. n, m は自然数とする。赤玉と白玉の入った n 個の箱があり、次の条件(a), (b), (c)を満たすとする。

(a) それぞれの箱には赤玉と白玉が合計 n 個入っている。

(b) 赤玉はどのにも 1 個以上入っている。一方、白玉が入っていない箱はあってもよい。

(c) それぞれの箱に入っている赤玉の個数は互いに異なる。

以下の試行 T を行う。

T : 太郎さんは n 個の箱からひとつの箱を無作為に選び花子さんに渡す。花さんは渡された箱の中から「無作為に玉をひとつ取り出し、色を確認し同じ箱にもどす作業」を $m+2$ 回繰り返す。

(1) 試行 T において、1 回目から m 回目までに取り出した玉がすべて赤玉である事象を X とし、その確率を p_n とする。このとき $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ を m を用いて表せ。

(2) 試行 T において、 $m+1$ 回目と $m+2$ 回目に取り出した玉のうち、少なくとも 1 個が赤玉である事象を Y とする。(1)の事象 X が起こったときの事象 Y の起こる条件付き確率 $P_X(Y)$ を q_n とする。このとき $\lim_{n \rightarrow \infty} q_n$ を m を用いて表せ。

(2022 京都府立医科大)

20. n は 5 以上の自然数とする。赤玉 3 個と白玉 7 個が入っている袋から玉を 1 個取り出し、色を確認してからもとに戻すという試行を n 回行う。以下の問いに答えよ。

(1) n 回目に 3 度目の赤玉が出る確率を求めよ。

(2) 2 度以上連続することなく 3 度赤玉が出る確率を求めよ。

(3) n 回目に 3 度目の赤玉が出たとき、2 度以上連続することなく 3 度赤玉が出ている条件付き確率を求めよ。

(2017 群馬大)

21. 赤球, 白球合わせて 2 個以上入っている袋に対して、次の操作(*)を考える。

(*) 袋から同時に 2 個の球を取り出す。取り出した 2 個の球が同じ色である場合は、その色の球を 1 個だけ袋に入れる。

赤球 3 個と白球 2 個が入っている袋に対して、一度操作(*)を行い、その結果得られた袋に対してもう一度操作(*)を行った後に、袋に入っている赤球と白球の個数をそれぞれ r, w とする。

(1) 赤球 3 個と白球 2 個が入っている袋から 2 個の球を取り出すとき、取り出した赤球の個数が k である確率を p_k とする。 P_0, p_1, p_2 の値を求めよ。

(2) $r = w$ となる確率を求めよ。

(3) $r > w$ となる確率を求めよ。

(4) $r > w$ であったときの $r + w = 2$ となる条件付き確率を求めよ。

(2016 京都工芸繊維大)

胎児の性別を判定するための検査法がある。この検査法は、

- ・産まれてくる子どもの性別が男の場合、男と判定する確率が
- ・産まれてくる子どもの性別が女の場合、女と判定する確率が
- ・検査結果は、男か女かのいずれか

であるとする。以下の問いに答えよ。ただし、産まれてくる子どもの性別が男である確率と女である確率は等しいとする。

(1)

産まれてくる子どもの性別が女であるとき、誤って男と判定される確率を求めよ。

(2)

検査結果が男である確率を求めよ。

(3)

検査結果が男である場合と女である場合とでは、どちらがより高い確率で正しいか答えよ。

70

1 ワー 3 ー 4