

No 11-3 円

1. $(0, -3), (8, -1), (9, 0)$ を通る円の方程式は $x^2 + y^2 - [\text{ア}]x - [\text{イウ}]y - [\text{エオ}] = 0$ でこの円の半径は $\sqrt{[\text{カキ}]}$ である。

(2009 千葉工大)

2. 正の定数 a を含む方程式 $x^2 + y^2 - ax - 24y = a + 1$ が半径 15 の円を表すとき、 $a = [\text{ア}]$ であり、この円の中心の座標は $[\text{イ}]$ である。

(2006 中京大)

3. 座標平面上の 3 点 $(0, 0), (1, 1), (\alpha, \alpha + 1)$ を通る円を C とする、次の問に答えよ。

(1) 円 C の方程式を α を用いて表せ。

(2) 円 C の半径が $\sqrt{5}$ となるときの α の値と円 C の中心の座標を求めよ。

(2004 信州大)

4. 円 $x^2 + y^2 + 2ax - ay - 5 + 5a = 0$ は実数 a がどんな値をとっても定点 $[\text{ア}]$ を通る。また、この円が円 $x^2 + y^2 = 1$ に接するときの a の値は 2 つあって $[\text{イ}]$ であり、この求めた 2 つの a に対する円の中心間距離は $[\text{ウ}]$ となる。

(1988 東京理科大)

5. 2 つの円 $x^2 + y^2 - 4x = 0 \cdots \textcircled{1}$, $x^2 + y^2 - 16x - 2by + 16b = 0 \cdots \textcircled{2}$ について

(1) $b = 3$ のとき、円 $\textcircled{1}$ と $\textcircled{2}$ の中心間の距離を求めよ。

(2) $b = 3$ のとき、円 $\textcircled{1}$ と $\textcircled{2}$ との交点間の距離を求めよ。

(3) $b = [\text{ア}]$ のとき、円 $\textcircled{2}$ は $\textcircled{1}$ の中心を通る。

(4) $b = [\text{イ}]$ のとき、円 $\textcircled{1}$ は $\textcircled{2}$ に内接し、 $b = [\text{ウ}]$ のとき円 $\textcircled{1}$ と $\textcircled{2}$ は外接する。

(2002 金沢工大)

6. a を正の実数とする。2 つの円 $C_1: x^2 + y^2 = a$, $C_2: x^2 + y^2 - 6x - 4y + 3 = 0$ が異なる 2 点 A, B で交わっているとする。直線 AB が x 軸および y 軸と交わる点をそれぞれ $(p, 0), (0, q)$ とするとき、以下の問に答えよ。

(1) a のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) p, q の値を a を用いて表せ。

(3) p, q の値が共に整数となるような a の値をすべて求めよ。

(2023 神戸大)

7. a を実数として 2 つの円 $D_1 : x^2 + y^2 - 6ax + 2ay + 20a - 10 = 0$, $D_2 : x^2 + y^2 = 25$ を考える。次の [] をうめよ。

(1) 円 D_1 は a の値に関わらず定点 [ア] を通る。

(2) 円 D_1 の中心を $P(s, t)$ とすると、 $s = [イ]$, $t = [ウ]$ なので s, t は関係式 [エ] を満たす。

(3) 円 D_1 の半径は [オ] であるから、円 D_1 と円 D_2 が接するときの a の値は [カ], [キ] である。

(2018 関西大)

8. $a \neq 1$ とする。円 $C_1 : x^2 + y^2 - 4ax - 2ay = 5 - 10a$, 円 $C_2 : x^2 + y^2 = 10$, 円 $C_3 : x^2 + y^2 - 8x - 6y = 10$ について、次の問いに答えよ。

(1) 円 C_1 が原点を通るとき、円 C_1 の中心と半径を求めよ。

(2) 定数 a の値にかかわらず円 C_1 は定点 A を通る。この定点 A の座標を求めよ。

(3) 円 C_2 と円 C_3 の 2 つの交点と原点を通る円の中心と半径を求めよ。

(2020 島根大)

解答

1. ア 4 イ 1 ウ 2 エ 4 オ 5 カ 8 キ 5

2. ア 16 イ (8, 12)

3. (1) $x^2 + y^2 + (2\alpha^2 - 1)x - (2\alpha^2 + 1)y = 0$ (2) $(-1, 2)$

4. ア $(-2, 1)$ イ $a = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{5}$ ウ 1

5. (1) $3\sqrt{5}$ (2) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ (3) $\frac{7}{4}$ (4) イ 0 ウ $\frac{16}{5}$

6. (1) $23 - 2\sqrt{130} < a < 23 + 2\sqrt{130}$ (2) $p = \frac{a+3}{6}, q = \frac{a+3}{4}$ (3) $k = 9, 21, 33, 45$

7. (1) $(3, -1)$ (2) イ $3a$ ウ $-a$ エ $s = -3t$ (3) オ $\sqrt{10}|a - 1|$ カ $\frac{2+\sqrt{10}}{4}$ キ $\frac{2-\sqrt{10}}{4}$

8. (1) 中心 $(1, \frac{1}{2})$ 半径 $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (2) $(2, 1)$ (3) $(x - 2)^2 + (y - \frac{3}{2})^2 = \frac{25}{4}$