

§ 1 2-1 微分の定義

1. 関数 $f(x)=x^2-1$ において x の値が 3 から $3+h$ ($h \neq 0$) まで変化するときの平均変化率が 9 になるとき、 h の値を求めよ。

(2011 武庫川女子大)

2. $f(x)=x^4$ とする。 $f(x)$ の $x=a$ における微分係数を、定義に従って求めなさい。計算過程も記述しなさい。

(2023 慶應義塾大)

3. 関数 $f(x)$ が $x=a$ において微分可能であるとき、次の極限値を $a, f(a), f'(a)$ を用いて表せ。

$$(1) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\{f(x)\}^2 - \{f(a)\}^2}{x - a} \quad (2) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\{af(x)\}^2 - \{xf(a)\}^2}{x - a}$$

(1986 茨城大)

4. 関数 $f(x)$ が $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3 + x - 1$ で与えられているとき、 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+3h) - f(3-2h)}{h}$ の値を求めよ。

(1989 千葉経大)

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 f(x) - a^2 f(a)}{x^2 - a^2}$ の値を $a, f(a), f'(a)$ を用いて表せ。

(1991 弘前大)

6. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x$ とする。 $y < x < a$ を満たすすべての x, y に対して $f(x) > \frac{(x-y)f(a) + (a-x)f(y)}{a-y}$ が成り立つような a 範囲を求めよ。

(2010 東北大)

7. 関数 $f(x)$ に対して関数 $g(x) = xf(x)$ を考える。次の問いに答えなさい。

- (1) $f(x)$ の導関数を $f'(x)$ とするとき、 $g(x)$ の導関数 $g'(x)$ は $g'(x) = xf'(x) + f(x)$ となることを、導関数の

定義 $g'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h}$ にしたがって証明しなさい。

- (2) $g(x) = x^n$ (n は自然数) のとき $g'(x) = nx^{n-1}$ となることを数学的帰納法を用いて示しなさい。

(2006 兵庫県立大)

§12-1 微分の定義

1. 3

2. $4a^3$

3. (1) $2f(a)f'(a)$ (2) $2af(a)\{af'(a)-f(a)\}$

4. 365

5. $\frac{a}{2}f'(a) + f(a)$

6. $a \leq -1$

7. 略