

§ 12-2 極大・極小

1. 関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + a$ の極大値が 13 であるとき、定数 a の値は $a = [\text{ア}]$ である。また、このとき、 $f(x)$ の極小値は $[\text{イ}]$ である。

(2006 京都産大)

2. a は 0 でない実数とする。関数 $f(x) = (3x^2 - 4)\left(x - a + \frac{1}{a}\right)$ の極大値と極小値の差が最小となる a の値を求めよ

(1998 東京大)

3. 実数 a に対し、関数 $f(x) = ax^3 - \frac{3}{2}(a^2 + 1)x^2 + 3ax$ とおく。ただし、 $a \neq 0$ とする。 $f(x)$ が極値をもたないような a の値を求めよ。

(2007 岐阜大)

4. 関数 $f(x) = x^4 - 8x^3 + 18kx^2$ が極大値をもたないときの定数 k の値の範囲を求めよ。

(1990 福島大)

5. 3 次関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ は $x = 1$ で極大値 1, $x = 3$ で極小値 0 をとる。 a, b, c, d を求めよ。

(1991 東京理科大)

6. 関数 $f(x) = ax^3 + (7 - a^2)x^2 + bx + c$ は $x = -1$ で極小値を、 $x = 2$ で極大値をとり、極小値の絶対値の 2 倍が極大値に等しい。定数 a, b, c の値を求めよ。

(2002 愛媛大)

7. 多項式 $p(x) = ax^3 - 6x^2 - 18x + b$ (ただし、 a, b は定数) は $x - 2$ で割り切れ、 $x^2 - x + 1$ で割ると余りが $-24x + 48$ になる。このとき、定数 a, b は $a = [\text{ア}], b = [\text{イ}]$ であり、 $p(x)$ を $x^2 - x + 1$ で割ったときの商は $[\text{ウ}]$ である。また、関数 $y = p(x)$ は $x = [\text{エ}]$ で極大になる。

(2007 関西学院大)

8. 係数が実数である多項式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ に対して、方程式 $f(x) = 0$ が異なる 3 つの実数解を持つとき、次の問いに答えよ。

(1) 方程式 $f'(x) = 0$ は異なる 2 つの実数解をもつことを示せ。

(2) (1) の解を α, β とするとき、 $\alpha^2 + \beta^2$ と $\alpha^3 + \beta^3$ を a, b で表せ。

(3) 次の式が成立することを示せ。 $f\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) = \frac{f(\alpha) + f(\beta)}{2}$

(2010 大阪教育大)

9. m, n は整数であり、 $f(x)$ は 3 次多項式 $f(x) = 4x^3 + (4m - 5)x^2 - (5m - 4n)x - 5n$ である。

関数 $y = f(x)$ のグラフと x 軸の共有点の個数が 2 であるとする。次の問いに答えよ。

(1) $f\left(\frac{5}{4}\right)$ の値を求めよ。

(2) m, n が満たす条件を求めよ。

(3) $m = 2$ のとき、関数 $y = f(x)$ の極小値を求めよ。

(2011 同志社大)

10. a, b は実数で $a < b$ をみたすものとする。 $f(x) = 2x^3 - 3(a + b)x^2 + 6abx$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ の極大値と極小値を求めよ。

(2) x についての 3 次方程式 $f(x) = 0$ が異なる 3 つの実数解をもつとき、 a, b の取り得る値の範囲を求め、 ab 平面上に図示せよ。

(2011 奈良女子大)

11. 3 次関数 $f(x) = x^3 + kx^2 + (k + 1)x$ は $x = \alpha$ のとき極大値、 $x = \beta$ のとき極小値をとる。

(1) $\alpha + \beta$ および $\alpha\beta$ を k の式で表せ。

(2) $\frac{f(\beta) - f(\alpha)}{\beta - \alpha}$ を k の式で表せ。

(3) $f(\beta) - f(\alpha) = -\frac{4}{27}$ のとき、 k の値を求めよ。

(2002 宇都宮大)

§12-2 極大・極小

1. ア 8 イ -19

2. $a = \pm 1$

3. $a = \pm 1$

4. $k = 0$ または $k \geq 1$

5. $(a, b, c, d) = \left(\frac{1}{4}, -\frac{3}{2}, \frac{9}{4}, 0\right)$

6. $(a, b, c) = (-2, 12, 34), (-2, 12, -2)$

7. ア 2 イ 44 ウ $2x-4$ エ -1

8. (1) 略 (2) $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{4a^2 - 6b}{9}$, $\alpha^3 + \beta^3 = \frac{-8a^3 + 18ab}{27}$ (3) 略

9. (1) 0 (2) $m^2 = 4n$ (3) $-\frac{27}{4}$

10. (1) 極大値 $-a^3 + 3a^2b$ 極小値 $-b^3 + 3ab^2$ (2)

11. (1) $\alpha + \beta = -\frac{2}{3}k$, $\alpha\beta = \frac{k+1}{3}$

(2) $\frac{f(\beta) - f(\alpha)}{\beta - \alpha} = -\frac{2}{9}(k^2 - 3k - 3)$

(3) $k = 4, -1$

