

§ 1 3-1 絶対値のついた定積分

1. $\int_0^2 |x^2 - x| dx$ の値を求めよ。

(2008 京都産業大)

2. $a > 0$ のとき、定積分 $\int_0^a |x^2 - 3| dx$ を求めよ。

(2009 岩手大)

3. 実数 a に対し、 $S(a) = \int_0^1 x|x - a| dx$ とおく。

(1) $S(a)$ を求めよ。

(2) $S(a)$ の最小値を求めよ。

(2004 東京都立大)

4. $0 < a < 1$ とし $f(a) = \int_0^1 |x(x - a)| dx$ とする。次の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = |x(x - a)|$ のグラフをかけ。

(2) $f(a)$ を a の式で表せ。

(3) $f(a)$ の最小値と、そのときの a の値を求めよ。

(2008 大工大)

5. 実数 a に対して、 $I(a) = \int_0^1 |x^2 - a^2| dx$ とおく。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) $a \geq 1$ のとき、 $I(a)$ を求めよ。

(2) $0 \leq a \leq 1$ のとき、 $I(a)$ を求めよ。

(3) $I(a)$ の最小値を求めよ。

(2010 神戸大)

6. $I = \int_0^2 |x^2 - (a + 1)x + a| dx$ とする。 a が $0 \leq a \leq 1$ のとき、 I を求めよ。

(2001 摂南大)

7. $t \geq 1$ において、関数 $f(t) = \int_{-1}^1 |(x - t - 2)(x + t)| dx$ を最小にする t の値と、そのときの最小値を求めよ。

(2002 東北大)

8. $a \geq 0$ とする。

(1) $S(a) = \int_0^1 |x^2 - 2(a + 1)x + a^2 + 2a| dx$ を求めよ。

(2) $S(a)$ が最小となる a の値を求めよ。

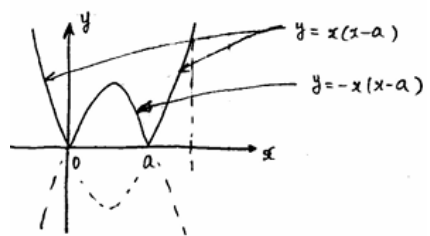
(大阪市大)

解答

1. 1

2. $0 < a \leq \sqrt{3}$ のとき $-\frac{a^3}{3} + 3a$, $a > \sqrt{3}$ のとき $-\frac{a^3}{3} - 3a + 4\sqrt{3}$

3. (1) $a \leq 0$ のとき $-\frac{a}{2} + \frac{1}{3}$, $0 < a < 1$ のとき $\frac{1}{3}a^3 - \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}$, $1 \leq a$ のとき $\frac{a}{2} - \frac{1}{3}$ (2) $-\frac{\sqrt{2}}{6} + \frac{1}{3} \left(a = \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$

4. (1)  (2) $\frac{1}{3}a^3 - \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}$ (3) $\frac{2-\sqrt{2}}{6} \left(a = \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$

5. (1) $-\frac{1}{3} + a^2$ (2) $\frac{4}{3}a^3 - a^2 + \frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{4}$

6. $-\frac{1}{3}a^3 + a^2 - a + 1$

7. 2 ($t=2$)

8. $0 \leq a \leq 1$ のとき $\frac{2}{3}a^3 + a^2 - a + \frac{2}{3}$, $a > 1$ のとき $a^2 + a - \frac{2}{3}$ (2) $a = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$