

§ 1 3-3 面積

1. 2つの曲線 $y = -x^2 + 4x - 2$ と $y = x^2 - 4x + 4$ に囲まれた部分の面積を求めよ。

(2006 武庫川女子大)

2. xy 平面上で、 $y = x$ のグラフと $y = |\frac{3}{4}x^2 - 3| - 2$ のグラフによって囲まれる部分の面積を求めよ。

(2011 京都大)

3. $a \neq 0, 1$ とする。2つの放物線 $y = x^2, y = ax^2 - a + 1$ で囲まれる図形の面積が2となるときの a の値を求めよ。

(2003 武蔵工大)

4. a, b を実数とし、関数 $f(x) = x^3 - ax^2 + bx + 3$ は $x = -\frac{2}{3}, 2$ で極値をとる。

(1) a, b の値と、関数 $f(x)$ の極大値、極小値を求めよ。

(2) 曲線 $y = f'(x) + \frac{7}{3}$ と x 軸とで囲まれる部分の面積を求めよ。

(2005 大分大)

5. 不等式 $|x^2 - 1| + |y + 2| \leq 1$ で表される領域を D とする。

(1) 領域 D を図示せよ。

(2) 領域 D の面積を求めよ。

(2005 埼玉大)

6. k を正の実数とし、 xy 平面上の2曲線 $C_1: y = -x^3 + kx, C_2: x^2 + y^2 = k$ を考える。

(1) C_1 と C_2 の共有点の個数を求めよ。

(2) C_1 と C_2 が4つの共有点を持つとする。 $x \geq 0, y \geq 0$ の範囲において、 C_1 と C_2 で囲まれた2つの部分の面積をそれぞれ求めよ。

(2010 大阪府立大)

7. 2つの関数 $f(x) = ax^2 + bx + c, g(x) = px + q$ は次の関係式を満たしているとする。

$$f(x) = \int_x^1 g(t) dt, \int_0^1 t g(t) dt = \frac{a}{3}$$

ただし、 a, b, c, p, q は定数で、 $a \neq 0$ である。このとき、次の各問に答えよ。

(1) b, c, p, q を a を用いて表せ。

(2) 方程式 $f(x) - g(x) = 0$ の解を求めよ。

(3) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = g(x)$ によって囲まれる部分の面積が1であるとき、 a の値を求めよ。

(2004 宮城教育大)

8. 座標平面上で、点 $(1, 2)$ を通り傾き a の直線と放物線 $y = x^2$ によって囲まれる部分の面積を $S(a)$ とする。 a が $0 \leq a \leq 6$ の範囲を変化するとき、 $S(a)$ を最小にするような a の値を求めよ。

(2010 京都大)

9. 曲線 $y = x^2$ と直線 $y = 2x + t$ ($-1 < t < 1$)の2つの交点を A, B とし、点 $(0, 1)$ を C とする。三角形 ABC の面積の2乗を $S(t)$ とおく。

(1) $S(t)$ を求めよ。

(2) $S(t)$ の増減を調べ、 $S(t)$ の最大値とそのときの t の値を求めよ。

(2008 大阪教育大)

10. 放物線 $y = x^2 - 4x + 5$ と直線 $y = 4x - 2$ について、次の問いに答えよ。

(1) xy 平面において、線 $y \geq x^2 - 4x + 5$ かつ $y \leq 4x - 2$ で表される領域 D を図示せよ。

(2) D の面積を求めよ。

(3) 放物線 $y = x^2 - 4x + 5$ と直線 $y = 4x - 2$ の交点を P, Q とする。点 R はこの放物線上を P から Q まで動く。 $\triangle PQR$ の面積が D の面積の半分になるときの点 R の x 座標を求めよ。

(2008 関西大)

11. a は定数で $a > 0$ とする。曲線 $y = ax(1 - x)$ と x 軸で囲まれる部分の面積が曲線 $y = x^2$ で2等分されるとき、定数 a の値を求めよ。

(2003 青山学院大)

12. 点 $(1, 3)$ を通り傾きが負の直線と、 x 軸、 y 軸とで囲まれる図形の面積が9であるとき、その直線の x 切片と y 切片を求めよ。

(2006 福島大)

13. 座標平面の第1象限にある定点 $P(a, b)$ を通り、 x 軸、 y 軸と、それらの正の部分で交わる直線 l を引くとき、 l と x 軸、 y 軸で囲まれた部分の面積 S の最小値と、そのときの l の方程式を求めよ。

(2002 関西大)

14. a を実数とする。座標平面上の放物線 $C: y = 2x^2 + 4x + 3$ と直線 $L: y = -2ax - a^2$ について、以下の問いに答えよ。

(1) C と L が異なる2点で交わるような a の値の範囲を求めよ。

(2) a の値が(1)の範囲にあるとする。 C と L で囲まれる図形の面積 S を最大にする a とそのときの S の値を求めよ。

(2019 岡山大)

解答

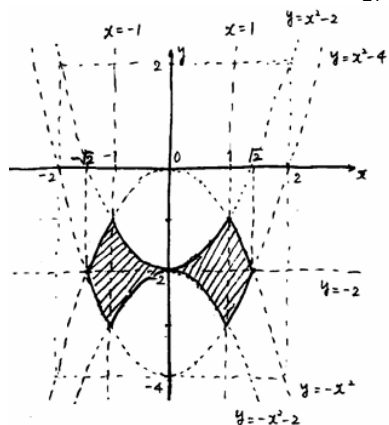
1. $\frac{8}{3}$

2. $\frac{208}{27}$

3. $a = \frac{5}{2}, \frac{1}{2}$

4. (1) $(a, b) = (2, -4)$ 極大値: $\frac{121}{27}$, 極小値: -5 (2) 4

5. (1) (2) $\frac{16}{3}(\sqrt{2} - 1)$



6. (1) $0 < k < 2$ のとき 2 つ $k = 2$ のとき 4 つ $k > 2$ のとき 6 つ (2) $\frac{\pi}{4} - \frac{3}{4}$

7. (1) $b = -2a, c = a, p = -2a, q = 2a$ (2) $x = \pm 1$ (3) $a = \pm \frac{3}{4}$

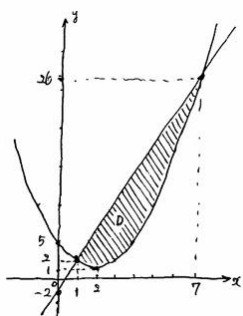
8. $a = 2$

9. (1) $S(t) = (t+1)(t-1)^2$ (2) $\frac{32}{27} \left(t = -\frac{1}{3}\right)$

10. (1)

(2) 36

(3) $x = 4 \pm \sqrt{3}$



11. $a = 1 + \sqrt{2}$

12. $(x, y) = (3 \pm \sqrt{3}, 9 \mp 3\sqrt{3})$

13. 最小値: $2ab$ ($bx + ay = 2ab$)

14. (1) $2 - \sqrt{2} < a < 2 + \sqrt{2}$ (2) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$