

§ 1 4-1 等差数列・等比数列

1. (1) 等差数列 $\{a_n\}$ が $a_1 + a_3 = 3$, $a_2 + a_4 = 27$ を満たすとき、一般項 a_n を求めよ。

(2) 等比数列 $\{b_n\}$ が $b_1 + b_3 = 3$, $b_2 + b_4 = 27$ を満たすとき、一般項 b_n を求めよ。

(宮城教育大)

2. 等差数列 $\{a_n\}$ は、初項から第 10 項までの和が 175, 初項から第 20 項までの和が 650 である。また、 $\{b_n\}$ は初項 b , 公差 d の等差数列であり、 $a_5 = b_4$, $a_{10} = b_7$ であるという。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の初項は [ア], 公差は [イ] である。

(2) 数列 $\{b_n\}$ の初項と公差はそれぞれ $b = [ウ]$, $d = [エ]$ である。

(3) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ に共通して含まれる項を順にとりだし、新しい数列 $\{c_n\}$ を作成する。このとき、 $\{c_n\}$ は初項 [オ], 公差 [カ] の等差数列になる。また、 $c_n \leq 500$ を満たす c_n の和は [キ] となる。

(2003 九州産大)

3. 1 から 180 までの整数のうち、初項が 5, 公差が 4 の等差数列に現れる数の集合を A, 初項が 1, 公差が 6 の等差数列に現れる数の集合を B とする。共通部分 $A \cap B$ に属する要素の個数を求めよ。

(2007 岩手大)

4. $a_n = 3n - 2$, $b_n = 4n + 1$, $c_n = 7n$ ($n = 1, 2, \dots$) で定義される 3 つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ のどれにも現れる値のうち、1000 以下となるものの個数を求めよ。

(1991 横浜国大)

5. 等差数列 $2, 5, 8, \dots$ を $\{a_n\}$, 等比数列 $2, -4, 8, \dots$ を $\{b_n\}$ とする。数列 $\{a_n\}$ と数列 $\{b_n\}$ との両方に含まれる数を順に取り出してできる数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。

(2008 大分大)

6. $2, a, b$ および $b, c, 8$ がこの順に等比数列をなし、さらに a, b, c がこの順に等差数列をなすような a, b, c の値の組合わせを求めよ。

(2003 京都精華大)

7. 異なる3つの実数 a, b, c がこの順で等差数列をなし、 a, c, b の順で等比数列をなす、更に、 $abc = 27$ であるとき、 a, b, c の値を求めよ。

(2004 成蹊大)

8. 数列 a, b, c は等差数列で、公差は正である。 $a + b + c = 45$ 、 $abc = 3135$ のとき、 a, b, c の値を求めよ。

(2004 東京工科大)

9. ある等差数列があり、その一般項を a_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) とする。

(1) 第62項が185, 第74項が221 のとき、一般項は [ア] である。

(2) この数列の第1項から第99項までで、偶数の値をとる項の総和は [イ] である。

(2008 武庫川女子大)

10. 1 から 200 までの自然数のうち

(1) 4 で割ると 3 余る数の和 S_1 を求めよ。

(2) 5 で割ると 4 余る数の和 S_2 を求めよ。

(3) 4 で割ると 3 余り、かつ 5 で割ると 4 余る数の和 S_3 を求めよ。

(2006 北海学園大)

11. ある等差数列の第 n 項を a_n とするとき、 $a_{10} + a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14} = 365$,

$a_{15} + a_{17} + a_{19} = -6$ が成立している。

(1) この等差数列の初項と公差を求めよ。

(2) この等差数列の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき、 S_n の最大値を求めよ。

(2008 岩手大)

12. 公比が負の数である等比数列がある。初項から第4項までの和は -15 , 第5項と第6項との和は -48 であるという。この等比数列の初項と公比を求めよ。

(1990 福岡大)

13. 第3項が8, 第10項が29の等差数列 $\{a_n\}$ の初項を a , 公差を d とする。

(1) a と d の値を求めよ。

(2) 和 $2^{a_1} + 2^{a_2} + \dots + 2^{a_n}$ を n の式で表せ。

(3) 200 以下の a_n のうち偶数であるものの和を求めよ。

(2003 群馬大)

14. 数列 $\{a_n\}$ の初項から第3項までの和が3に等しく、初項から第6項までの和が -21 に等しいものとする。このとき、 $\{a_n\}$ が等差数列ならば、初項 a_1 の値は[ア]であり、公差 d の値は[イ]である。また、 $\{a_n\}$ が等比数列ならば、初項 a_1 の値は[ウ]であり、公比 r の値は[エ]である。(ただし、公比は実数とする。)

(1990 新潟薬大)

15. 正の整数 m, n ($m \geq 3$) について、次の間に答えよ。

(1) 正の整数 p を初項とする公差2の等差数列 $\{a_n\}$ の第 n 項までの和が n^m であるとき、 p を m と n を用いて表せ。

(2) (1)の p は奇数であることを示せ。

(2011 関西大)

16. 数列 $\{a_n\}$ は、初項 $a_1=2$ で、第3項 $a_3=-\frac{1}{2}$ である。 $S_n = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} a_k$ ($n=1, 2, 3, \dots$) とするとき、数列 $\{S_n\}$ は等比数列になった。このとき、次の各問に答えよ。

(1) S_n を n の式で表せ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の第 n 項 a_n を求めよ。

(2004 鹿児島大)

17. 数列 $\{a_n\}$ は等比数列で、初項から第3項までの和が $\frac{13}{3}$ 、初項から第6項までの和が $\frac{364}{3}$ である。次の[]をうめよ。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 は、 $a_1=[\text{ア}]$ 、公比は[イ]である。

(2) $b_n = \log_3 a_n$ とおけば、数列 $\{b_n\}$ は初項 $b_1=[\text{ウ}]$ 、公差[エ]の等差数列である。

(3) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの積 $a_1 \cdot a_2 \cdots a_n$ を c_n とおく。 $\log_3 c_n$ を n の多項式で表せば、 $\log_3 c_n=[\text{オ}]$ であり、また、 $c_n > 10^{10}$ を満たす最小の n は[カ]である。ただし、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ として、これを用いてもよい。

(2008 関西大)

§ 1 4 - 1 等差数列・等比数列

1. (1) $12n - \frac{45}{2}$ (2) $\frac{3^{2n-1}}{82}$
2. [ア] 4 [イ] 3 [ウ] 1 [エ] 5 [オ] 16 [カ] 15 [キ] 8448
3. 14
4. 12
5. $c_n = 2 \cdot 4^{n-1}$
6. $(a, b, c) = (3, \frac{9}{2}, 6), (-1, \frac{1}{2}, 2)$
7. $(a, b, c) = (-6, -\frac{3}{2}, 3)$
8. $(a, b, c) = (11, 15, 19)$
9. (1) $3n - 1$ (2) 7450
10. (1) 5050 (2) 4060 (3) 1090
11. (1) 初項 238, 公差 -5 (2) 2008
12. 初項 3, 公比 -2
13. (1) $(a, d) = (2, 3)$ (2) $\frac{4}{7}(8^n - 1)$ (3) 3434
14. [ア] 4 [イ] -3 [ウ] 1 [エ] -2
15. (1) $p = n^{m-1} - n + 1$ (2) 略
16. (1) $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$ (2) $2(n=1)$ $\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-2}$ ($\underline{n} \geq 2$)
17. [ア] $\frac{1}{3}$ [イ] 3 [ウ] -1 [エ] 1 [オ] $\frac{n(n-3)}{2}$ [カ] 9