§２０　じゃんけんに関する確率問題

１．A , B , C の 3 人がじゃんけんを何回か行うとき、次の問いに答えよ。

(1) A だけがパーを出して勝つ確率を求めよ。

(2) A だけが勝つ確率を求めよ。

(3) 1 人だけが勝つ確率を求めよ。

２．3 人でじゃんけんを 1 回する場合,次の確率を求めよ。

(1) 1 人だけが勝つ。

(2) 2 人だけが勝つ。

(3) あいこになる。

３．5 人で 1 回だけじゃんけんをする。以下の問いに答えよ。

(1) 1 人だけ勝つ確率を求めよ。

(2) 2 人だけ勝つ確率を求めよ。

(3) あいこになる確率を求めよ。

（2020 東北学院大）

４．4 人でじゃんけんを 1 回するとき、ちょうど 1 人が勝つ確率は$\frac{[\ ア\ ]}{[\ イウ\ ]}$であり、ちょうど 2 人が勝つ確率は$\frac{[\ エ\ ]}{[\ オ\ ]}$である。ただし、4 人とも、どの手を出すかは同様に確からしいものとする。

（2018 東邦大）

５．A , B 2 人でじゃんけんをする。どちらかが先に 4 勝したときに勝負が終了するとする。 5 回目のじゃんけんで勝負が終了するときの確率を求めよ。ただし,引き分けも 1 回と数えるとする。

６．4 人でジャンケンをして、負けたものから順に抜けていくものとする。ただし、各人のグー・チョキ・パーの出し方は同様に確からしい。

(1) 1 回目のジャンケンで 1 人だけが勝つ確率は $P_1 = \dfrac{[\ ア\ ]}{[\ イウ\ ]}$ である。

(2) 1 回目のジャンケンで 2 人だけが勝つ確率は $P_2 = \dfrac{[\ エ\ ]}{[\ オ\ ]}$ である。

(3) 2 回目のジャンケンが終わり、4 人が残っている確率は $P_3 = \dfrac{[\ カキク\ ]}{[\ ケコサ\ ]}$ である。

(4) 2 回目のジャンケンが終わり、3 人だけが残っている確率は $P_4 = \dfrac{[\ シス\ ]}{[\ セソタ\ ]}$ である。

（麻布大）

７．A と B の二人がじゃんけんをする。1 回ごとに、勝った方は 2 点, 負けた方は 0 点, あいこの場合はどちらも 1 点ずつ得るものとする。n 回目のじゃんけんを終えた時点での A の得点の合計を a_n , B の得点の合計を b_n とする。以下の問いに答えよ。

(1) $a_3 = 3$ となる確率を求めよ。

(2) $a_5 = 5$ となる確率を求めよ。

(3) $a_5 \geqq b_5$ となる確率を求めよ。

（2019 岡山大）

８．4 人でじゃんけんをして、勝者 1 人を決めたい。1 回目のじゃんけんで 1 人に決まらなかった場合には、負けた人を除いて 2 回目のじゃんけんをする。

(1) 1 回目のじゃんけんで、勝者 1 人が決まる確率を求めよ。

(2) 1 回目のじゃんけんで、あいこになる確率を求めよ。

(3) ちょうど 2 回目のじゃんけんで勝者 1 人が決まる確率を求めよ。

（2016 千葉大）

９．2 人でジャンケンをするとき、どちらかが勝つ確率は $\dfrac{[\ ア\ ]}{[\ イ\ ]}$ である。また 3 人でジャンケンをするとき、1 人が勝つ確率は $\dfrac{[\ ウ\ ]}{[\ エ\ ]}$, 2 人が勝つ確率は $\dfrac{[\ オ\ ]}{[\ カ\ ]}$, アイコは $\dfrac{[\ キ\ ]}{[\ ク\ ]}$ である。次に 3 人でジャンケンを1人が勝つまで続けるとする。ただし、2 人が勝った場合は、以後この 2 人だけで勝負する。1 人の勝ちが決まるまでに n 回かかる確率を P_n とす

ると、$P_2=\dfrac{[\ ケ\ ]}{[\ コ\ ]}$, $P_3=\dfrac{[\ サ\ ]}{[\ シス\ ]}$, $P_5=\dfrac{[\ セ\ ]}{[\ ソタ\ ]}$ である。

（青山学院大）

10. 3 人でじゃんけんをし、勝者がひとりになるまで繰りかえす。ただし、ある回のじゃんけんで負けた者は、その回以降は参加できないものとする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 1 回のじゃんけんの後、3 人が勝ち残っている確率、および、2 人が勝ち残っている確率をそれぞれ求めよ。

(2) ちょうど 3 回でじゃんけんが終わる確率を求めよ。

やや難(3) じゃんけんが n 回以下で終わる確率を求めよ。

（兵庫県立大）

11. 複数の参加者がグー、チョキ、パーを出して勝敗を決めるじゃんけんについて、以下の問いに答えよ。ただし、参加者は、グー、チョキ、パーをそれぞれ $\dfrac{1}{3}$ の確率で出すものとする。

(1) 4 人で一度だけじゃんけんをするとき、1 人だけが勝つ確率、2 人が勝つ確率、3 人が勝つ確率、引き分けになる確率をそれぞれ求めよ。

(2) n 人で一度だけじゃんけんをするとき、r 人が勝つ確率を n と r を用いて表せ。ただし、$n \geqq 2$, $1 \leqq r$ とする。

やや難(3) $\displaystyle\sum_{r=1}^{n-1} {}_nC_r = 2^n - 2$ が成り立つことを示し、n 人で一度だけじゃんけんをするとき、引き分けになる確率を n を用いて表せ。ただし、$r \geqq 2$ とする。

（大阪府立大）

難 12. 3 人でジャンケンをする。各人はグー、チョキ、パーをそれぞれ $\dfrac{1}{3}$ の確率で出すものとする。負けた人は脱落し、残った人で次回のジャンケンを行い(アイコのときは誰も脱落しない)、勝ち残りが 1 人になるまでジャンケンを続ける。このとき各回の試行は独立とする。3 人でジャンケンを始め、ジャンケンが n 回目まで続いて n 回終了時に 2 人が残っている確率を p_n, 3 人が残っている確率を q_n とおく。

(1) p_1 , q_1 を求めよ。

(2) p_n , q_n がみたす漸化式を導き、p_n , q_n の一般項を求めよ。

(3) ちょうど n 回目で 1 人の勝ち残りが決まる確率を求めよ。

（2013　名古屋大）

13. じゃんけんの対戦を行うロボット A とロボット B がある。ロボット A は 1 回の対戦でグーかチョキかパーのいずれかをだし、それぞれを出す確率は等しいものとする。一方、ロボット B は 1 回の対戦でグーかチョキのいずれかを出す。ただし、グーを出す確率とチョキを出す確率は等しい者とする。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 対戦を 1 回行うとき、ロボット A がパーを出す確率と、ロボット B がパーを出す確率をそれぞれ求めよ。

(2) 対戦を 1 回行うとき、ロボット B が勝つ確率を求めよ。

(3) 対戦を 2 回行うとき、ロボット A が 2 連勝する確率を求めよ。

(4) この対戦では 1 回につき、勝つと勝ち点 3, 引き分けると勝ち点 1, 負けると勝ち点 0 が得られるものとする。対戦を 2 回行うとき、ロボット A が得る勝ち点の期待値を求めよ。

(5) (4)の方法で勝ち点を決めるとき、対戦を 3 回行ってロボット B が勝ち点 3 を得る確率を求めよ。

（2013 筑波技術大）

14. 3 人でジャンケンをして勝者をきめることにする。例えば、1 人がパーを出し、他の 2 人がグーを出せば、ただ 1 回でちょうど 1 人の勝者がきまることになる. 3 人でジャンケンをして、負けた人は次の回に参加しないことにして、ちょうど 1 人の勝者がきまるまでジャンケンをくり返すことにする。このとき、k 回目に、初めてちょうど 1 人の勝者が決まる確率を求めよ。

(1971 東京大)

解答

1.　(1)　$\dfrac{1}{27}$　　(2)　$\dfrac{1}{9}$　　(3)　$\dfrac{1}{3}$

2.　(1)　$\dfrac{1}{3}$　　(2)　$\dfrac{1}{3}$　　(3)　$\dfrac{1}{3}$

3.　(1)　$\dfrac{5}{81}$　　(2)　$\dfrac{10}{81}$　　(3)　$\dfrac{17}{27}$

4. 順に　$\dfrac{4}{27}$, $\dfrac{2}{9}$

5.　$\dfrac{16}{243}$

6.　(1)　$\dfrac{4}{27}$　　(2)　$\dfrac{2}{9}$　　(3)　$\dfrac{169}{729}$　(4)　$\dfrac{88}{729}$

7.　(1)　$\dfrac{7}{27}$　　(2)　$\dfrac{17}{81}$　　(3)　$\dfrac{49}{81}$

8.　(1)　$\dfrac{4}{27}$　　(2)　$\dfrac{13}{27}$　　(3)　$\dfrac{169}{729}$

9.　順に $\dfrac{2}{3}$, $\dfrac{1}{3}$, $\dfrac{1}{3}$, $\dfrac{1}{3}$, $\dfrac{1}{3}$, $\dfrac{5}{27}$, $\dfrac{1}{27}$

10. (1)　$\dfrac{1}{3}$, $\dfrac{1}{3}$　　(2)　$\dfrac{5}{27}$　　(3)　$1-(n+1)\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$

11.　(1)　$\dfrac{4}{27}$, $\dfrac{2}{9}$, $\dfrac{4}{27}$, $\dfrac{13}{27}$

(2)　$\dfrac{{}_nC_r}{3^{n-1}}$　　(3)　$\dfrac{3^{n-1}-2^n+1}{3^{n-1}}$

12.　(1)　$\dfrac{1}{3}$, $\dfrac{1}{3}$　　(2)　$p_n = n\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$, $q_n = \left(\dfrac{1}{3}\right)^n$

(3)　$\dfrac{2n-1}{3^n}$

13.　(1)　$\dfrac{1}{3}$, $\dfrac{1}{2}$　　(2)　$\dfrac{1}{3}$　　(3)　$\dfrac{1}{9}$

(4)　(5)

14.　$\dfrac{2k-1}{3^k}$