

§ 15-4 常用対数

1. $\log_{10} 50$ の小数部分を x とするとき 10^{1-x} の値を求めよ。

(2004 摂南大)

2. $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(1) $\log_{10} \sqrt[4]{6.48}$ の値を求めよ。

(2) $(\sqrt[4]{6.48})^n$ が 100 を超える最小の正の整数 n の値を求めよ。

(1997 滋賀大)

3. 次の問いに答えよ。

(1) $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ と考えたとき、 $x = 5, 6, 8$ に対して、 $\log_{10} x$ を求めよ。

(2) $\log_{10} 7$ は $\log_{10} 6$ と $\log_{10} 8$ のどちらに近い。また、その証明を与えよ。

(2006 横浜市立大)

4. $2^{10} < \left(\frac{5}{4}\right)^n < 2^{20}$ を満たす自然数 n は何個あるか。ただし、 $0.301 < \log_{10} 2 < 0.3011$ である。

(2005 京都大)

5. 自然数 n が不等式 $38 \leq \log_{10} 8^n < 39$ を満たすとする。このとき 8^n は何桁の自然数か。またそのときの n の値を求めよ。さらに、 8^n の 1 の位の数字と最高位の数字をそれぞれ求めよ。

ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 7 = 0.8451$ とする。

(2010 関西学院大)

6. 1 回のろ過で溶液の不純物を 20% 除去できるろ過装置で、不純物を含む溶液をろ過したい。

(1) n 回ろ過したときの不純物はもとの不純物の何%か。

(2) この装置を使って不純物の 95% 以上を除去するには最低限何回ろ過操作が必要か。

ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

(2010 神戸薬科大)

7. (1) 1 辺の長さが a である正六角形の面積 S_0 を a で表せ。

(2) (1) の正六角形の各辺の中点を順に結んでできる正六角形の面積を S_1 とするとき、 S_1 を a で表せ。

(3) 正六角形の各辺の中点を順に結んで新たな正六角形を作る操作を n 回繰り返したときにできる正六角形の面積を S_n とするとき、 S_n が S_0 の $\frac{1}{18}$ 以下になる最小の整数 n を求めよ。

ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(1996 関西大)

8. 1 から 16 までの数字が重複なく 1 つずつ書かれた 16 枚のカードをよくきって、横 1 列に並べるとき、左端から $1, 2, 3, \dots, 16$ と数の小さい順に並ぶ確率を p とする。また、 n 個のさいころを同時に投げるとき、出る目すべてが 1 になる確率を q とする。このとき、つぎの問いに答えよ。

ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 7 = 0.8451$, $\log_{10} 11 = 1.041$, $\log_{10} 13 = 1.114$ とする。

(1) $\log_{10} p$ の値を求めよ。

(2) $q < p$ となる最小の n を求めよ。

(2006 和歌山大)

9. 次の式 $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 2a_n - 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定められる数列 $\{a_n\}$ を考える。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) 次の不等式 $a_n^2 - 2a_n > 10^{15}$ を満たす最小の自然数 n を求めよ。ただし、 $0.3010 < \log_{10} 2 < 0.3011$ であることは用いてよい。

(2104 京都大)

10. 次の問いに答えよ。ただし、 $0.3010 < \log_{10} 2 < 0.3011$ であることは用いてよい。

(1) 100 桁以下の自然数で、2 以外の素因数を持たないものの個数を求めよ。

(2) 100 桁の自然数で、2 と 5 以外の素因数を持たないものの個数を求めよ。

(2017 京都大)

解答

1. 2

2. (1) 0.20285 (2) $n = 10$

3. (1) $\log_{10} 5 = 0.699$, $\log_{10} 6 = 0.778$, $\log_{10} 8 = 0.903$ (2) $\log_{10} 8$ に近い

4. 31 個

5. 順に 39, 43, 2, 6

6. (1) $0.8^n \times 100$ (%) (2) 最低限 14 回必要

7. (1) $\frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$ (2) $\frac{9\sqrt{3}a^2}{8}$ (3) $n = 11$

8. (1) -13.319 (2) $n = 18$

9. (1) $a_n = 2^{n-1} + 1$ (2) $n = 26$

10. (1) 333 個 (2) 476 個