No１５－１ 確率分布

1. 2つのさいころを振って出た目の和が素数のとき X＝1，そうでないとき X＝0 となる確率変数 X を考える。

(1) X の平均と分散を求めよ 。

(2) 1つめのさいころを振ったとき目の数が 4 であった。 2つめのさいころを振って X ＝ 1 となる確率を求めよ。

（1998 鳥取大）

2. 10 円硬貨 2 枚 , 50 円硬貨 2 枚 , 100 円硬貨 2 枚を同時に投げて、表が出た硬貨の金額を合計するとき、合計金額の期待値は[ア]円であり、合計金額が 100 円以上になる確率は[イ]である。

（1991 京都産業大）

3. 4 個の数字 1 , 2 , 3 , 4 の順列全体の集合を M とし、M から 1 つの順列を無作為に選ぶ試行を T とする。試行 T を 1 回行ったとき、選ばれた順列の a_1 , a_2 , a_3 , a_4 に対して、$a_i = i$ となる最大の i を X とする。ただし、このような i が存在しないときは $X = 0$ とする。

(1) X の確率分布表を書け。

(2) X の期待値 $E(X)$と分散 $V(X)$を求めよ。

(3) 独立に試行 T を 5 回繰り返して、X が奇数となるのが 2 回以上である確率を求めよ。

（1987 浜松医大）

4. 袋 A の中に赤い玉 3 個 , 黒い玉 2 個 , 袋 B の中には白い玉 3 個 , 緑の玉 2 個が入っている。A から玉を 2 個同時に取り出したときの赤い玉の個数を X、B から玉を 2 個同時に取り出したときの緑の玉の個数を Y とする。

(1) X の平均と分散を求めよ。

(2) Z＝X＋3 Y とおく。Z の平均と分散を求めよ。

（1990 琉球大）

5. ある試行を 1 回行ったとき、事象 A の起こる確率を p ($0 \leqq p \leqq 1$)とします。この試行を n 回反復します。n は自然数です。X_i ($i = 1, 2, \cdots, n$)を「i 回目の試行で事象 A が起きた場合に値 100 , 起きなかった場合に値 50 をとる確率変数」とします。このとき、以下の問いに答えなさい。

(1) X_i ($i = 1, 2, \cdots, n$)の確率分布を表で示しなさい。

(2) X_i ($i = 1, 2, \cdots, n$)の平均と分散を求めなさい。

(3) 確率変数 $Y = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$ と $Z = 100n - (X_1 + X_2 + \cdots + X_n)$を考えます。また、$W = YZ$ とします。このとき、

(i) Y の平均と分散を求めなさい。

(ii) W を Y の関数として表し、W の平均を求めなさい。
(iii) W の平均が最も大きくなるような確率 p と、そのときの W の平均を求めなさい。

（2020 横浜国立大）

6. 平均値が 6 , 分散が 2 の二項分市にしたがう確率変数を X とする。$X=k$ となる確率を P_k とおく。$\frac{P_4}{P_3}$ の値を求めよ。

（1988 弘前大）

7. 確率変数 Y がの表に示された分市に従うとき、Y の分散を最大にする x の値を求めよ。もう 1 個も白玉である確率を求めよ。

（1988 弘前大）

Yの値	0	2	3	計
確率P	y	$\frac{1}{4}$	x	1

解答

1．(1) 平均 $\frac{5}{12}$　分散 $\frac{35}{144}$　　(2) $\frac{1}{3}$

2．ア 160 円　　イ $\frac{13}{16}$

3．(1)

X	0	1	2	3	4	計
P	$\frac{9}{24}$	$\frac{2}{24}$	$\frac{3}{24}$	$\frac{4}{24}$	$\frac{6}{24}$	1

(2) $E(X)=\frac{11}{6}$, $V(X)=\frac{49}{18}$　　(3) $\frac{47}{128}$

4．(1) 平均 $\frac{6}{5}$　分散 $\frac{9}{25}$　(2) 平均 $\frac{18}{5}$　分散 $\frac{18}{5}$

5．(1)

X_i	100	50	計
P	p	$1-p$	1

(2)　平均 $50(p+1)$　　分散 $2500p(1-p)$

(3) (i) 平均 $50n(p+1)$　分散 $2500np(1-p)$　　(ii) $E(W)=-2500n\{(1-n)p^2-p+n\}$

(iii) $p=0$ のとき、最大値 $2500n^2$

6．3

7．$\frac{1}{3}$