

§ 2 3 多項式の割り算

1. 整式 $2x^4 + 7x^3 + 3x^2 + 2x - 6$ を $2x + 1$ で割ったときの商と余りを求めよ。
(浜松大)
2. 整式 $P(x)$ を $x + 2$ で割ったときの余りが 3 、 $x - 3$ で割ったときの余りが -1 のとき、 $P(x)$ を $x^2 - x - 6$ で割ったときの余りを求めよ。
(立教大)
3. 整式 $f(x)$ を $x^2 + 4x - 5$ で割ったときの余りが $4x - 3$ 、 $2x^2 - x - 1$ で割ったときの余りが $5x - 4$ のとき、 $f(x)$ を $x + 5$ 、 $2x^2 + 11x + 5$ で割ったときの余りをそれぞれ求めよ。
(岐阜聖徳学園大)
4. 整式 x^{99} を $x^2 - 1$ で割ったときの余りを求めよ。
(京都産業大)
5. 整式 $x^4 + ax^3 + ax^2 + bx - 6$ が整式 $x^2 - 2x + 1$ で割り切れるとき、 a, b の値を求めよ。
(千葉大)
6. $x^4 + x^2 + b$ が $x^2 + ax + 1$ で割り切れるような定数 a, b の値を求めよ。
(津田塾大)
7. 整式 $ax^3 + bx^2 - 2$ が整式 $(x + 1)^2$ で割り切れるとき、 a, b の値を求めよ。
(早稲田大)
8. 3次式 $P(x) = a(x - 1)(x - 2)(x - 3) + b(x - 1)(x - 2) + c(x - 1) + d$ は $x^2 - 3x + 2$ で割ったときの余りが $2x$ に等しい。また、 $P(0) = -1$ 、 $P(3) = 4$ を満たす。このとき、 $a = [\text{ア}]$ 、 $b = [\text{イ}]$ 、 $c = [\text{ウ}]$ 、 $d = [\text{エ}]$ となる。また、 $P'(3) = [\text{オ}]$ である。
(同志社大)
9. $f(x)$ は x の3次以上の整式である。 $f(x)$ を $(x - 1)^3$ で割れば余りは $ax^2 + bx + c$ であり、 $x - 2$ で割れば余りは d であるという。 $f(x)$ を $(x - 1)(x - 2)$ で割ったときの余りを求めよ。
(大阪大)
10. a を定数、 n を正の整数とする。 x の整式 $f(x) = x^n + 2x^{n-1} - a$ が $x + 1$ での割り切れるとき、次の問いに答えよ。
 - (1) a の値を求めよ。
 - (2) $f(x)$ を $x^2 - 1$ で割ったときの余りを求めよ。

(佐賀大)

11. 整式 P を $x-1$ で割ったときの余りが 5 、 $(x+1)^2$ で割ったときの余りが $x-8$ であるとき、 P を $(x-1)(x+1)^2$ で割ったときの余りを求めよ。

(千葉工大)

12. a を定数とし、 $f(x) = x^2 + ax$ とする。 $x^3 - x^2 - x + 1$ を $f(x)$ で割ったときの余りと、 $x^2 - 2x + 1$ を $f(x)$ で割ったときの余りが等しいとする。このとき、 $f(x) = [\text{ア}]$ であり、 $(x^3 - x^2 - x + 1)^3$ を $f(x)$ で割った余りは $[\text{イ}]$ である。

(福岡大)

13. 整式 $f(x)$ を $x^2 + x + 1$ で割ると余りは $2x - 1$ であるという。

(1) $\{f(x)\}^2$ を $x^2 + x + 1$ で割った余りを求めよ。

(2) $\{f(x)\}^2 + af(x) + b$ (ただし、 a, b は実数の定数) が $x^2 + x + 1$ で割り切れるとき a, b の値を求めよ。

(名古屋学院大)

14. $A = x^2 + xy - 6y^2 + 5x + ay + 4$ について、次の問いに答えよ。

(1) 整式 A が x, y についての 2 つの 1 次式の積として表されるように、定数 a の値を定めよ。

(2) (1) で定めた a を使用して、整式 A が x, y についての 2 つの 1 次式の積になるように、整式 A を因数分解せよ。

(広島修道大)

15. a は正の無理数で、 $X = a^3 + 3a^2 - 14a + 6, Y = a^2 - 2a$ を考えると、 X と Y はともに有理数である。以下の問いに答えよ。

(1) 整式 $x^3 + 3x^2 - 14x + 6$ を整式 $x^2 - 2x$ で割ったときの商と余りを求めよ。

(2) X と Y の値を求めよ。

(3) a の値を求めよ。ただし、素数の平方根は無理数であることを用いてよい。

(神戸大)

16. 整式 $A(x)$ は次の条件を満たす。

[1] $x^2 + 2x + 1$ で割った余りは $3x + 8$ である。

[2] $x^2 + x - 6$ で割った余りは $-x + 16$ である。

(1) $A(-1) = [\text{ア}]$, $A(2) = [\text{イ}]$ であるから、 $A(x)$ を $x^2 - x - 2$ で割った余りは $[\text{ウ}]$ である。

(2) $A(x)$ を $B(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ で割った余りは $[\text{エ}]$ である。また、 $A(x)$ を $B(x)$ で割った商を、さらに $x + 1$ で割った余りは $[\text{オ}]$ である。

(3) 条件 (1), (2) を満たす $A(x)$ のうち、次数が最も低い整式は $A(x) = [\text{カ}]$ である。

(立命館大)

§ 23. 整式の割り算・式の値

1. 商 $x^3 + 3x^2 + 1$ 余り -7
2. $-\frac{4}{5}x + \frac{7}{5}$
3. $-23, \frac{11}{3}x - \frac{14}{3}$
4. x
5. $(a, b) = (-3, 11)$
6. $(a, b) = (0, 0), (1, 1), (-1, 1)$
7. $[\text{ア}] = 4, [\text{イ}] = 6$
8. $[\text{ア}] = -\frac{1}{6}, [\text{イ}] = -1, [\text{ウ}] = 2$
 $[\text{エ}] = 2, [\text{オ}] = -\frac{4}{3}$
9. $(d - a - b - c)x + (2a + 2b + 2c - d)$
10. (1) $1 \rightarrow n$ 奇数 $-1 \rightarrow n$ 偶数
 (2) $\frac{3 - (-1)^{n-1}}{2}(x+1)$
11. $3x^2 + 7x - 5$
12. $[\text{ア}] = x^2 - x, [\text{イ}] = -x + 1$
13. (1) $-8x - 3$ (2) $(a, b) = (4, 7)$
14. (1) $10, -5$
 (2) $a = 10 \rightarrow (x - 2y + 4)(x + 3y + 1)$
 $a = -5 \rightarrow (x - 2y + 1)(x + 3y + 4)$
15. (1) 商 $x + 5$ 余り $-4x + 6$
16. $[\text{ア}] = 5, [\text{イ}] = 14, [\text{ウ}] = 3x + 8$
 $[\text{エ}] = 2x^2 + x + 4, [\text{オ}] = -x^3 + 6x + 10$