

§ 2 2 分数式・恒等式

1. $\frac{x-1}{x+1} - \frac{x^2-5x+6}{2x^2-3x-2} \times \frac{2x^2+3x+1}{x^2-4x+3}$ を計算せよ。

(専修大)

2. $\left(x+1 - \frac{1}{x-2}\right) \left(\frac{2}{x-1} \div \frac{4}{x^2-3x+2}\right)$ を計算せよ。

(仏教大)

3. $\frac{\frac{4}{x+2} + 1}{x^2 - 10 - \frac{x^2 + 8}{x + \frac{4}{x+4}}}$ を簡単にせよ。

(明星大)

4. $\frac{x+4}{-1 + \frac{x+1}{x + \frac{4}{x+5}}}$ を計算せよ。

(北海道工大)

5. 次の計算をせよ。

(1) $\frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)}$

(2) $\frac{a^3}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^3}{(b-a)(b-c)} + \frac{c^3}{(c-a)(c-b)}$

(中央大)

6. ある x の整式 $f(x)$ に対して、 x がどんな値をとっても常に

$f(x^2) = x^3 f(x+1) - 2x^4 + 2x^2$ が成り立つとき、 $f(0) = f(1) = f(2) = 0$ であることを示せ。次に $f(x)$ を求めよ。

(中部大)

7. $x^3 - x^2 - 16x + 37 = (x-3)^3 + [\text{ア}](x-3)^2 + [\text{イ}](x-3) + [\text{ウ}]$ がすべての x に対して成り立つ。

(東京理科大)

8. $x^3 + x^2 - 8x + 5 = (x-2)^3 + a(x-2)^2 + b(x-2) + c$ がどのような x の値に対して成り立つとき、定数 a, b, c の値を求めよ。

(千葉工大)

9. $a(x-1)^2 + b(x-1)(x+2) + c(x+2)^2 = 9$ が x の恒等式になるように定数 a, b, c の値を定めよ。

(金沢学院大)

10. a, b を整数とする。 $x^4 + ax^3 + 11x^2 + bx + 1$ が、ある 2 次式の平方になるとき、 a, b の値を求めよ。

(摂南大)

11. $x^4 - 4x^3 + ax^2 + x + b$ が、ある整式の平方になるような定数 a, b の値を求めよ。

(札幌大)

12. 等式 $\frac{3x-1}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$ を満たす a, b は $a = [\text{ア}]$, $b = [\text{イ}]$ である。

(大阪工大)

13. $\frac{x^2+2x-1}{x^3+x^2} = \frac{a}{x^2} + \frac{b}{x} + \frac{c}{x+1}$ が x についての恒等式であるとき、

$a = [\text{ア}]$, $b = [\text{イ}]$, $c = [\text{ウ}]$ である。

(青山学院大)

14. $x + y = 2$ を満たすすべての x, y に対して等式 $ax^2 + bx + cy^2 = 1$ がつねに成り立つとき、定数 a, b, c の値を求めよ。

(千葉経大)

15. $a - 2b + 2c + 1 = 0$, $3a + 2b - 6c + 1 = 0$ を満たすどんな実数 a, b, c に対しても、等式 $a^2x + b^2y + c^2z = 1$ が成り立つという。このときの、 x, y, z の値を求めよ。

(神戸学院大)

16. x, y, z が $x + y - 2z = -1$ と $2x + y - 3z = 2$ を満たすとき、 $ax^2 + by^2 + cz^2 = 7$ が常に成り立つならば、 $a = [\text{ア}]$, $b = [\text{イ}]$, $c = [\text{ウ}]$ である。

(甲南大)

17. $g(x)$ は最高次の係数が 1 である x の整式であって、
 $g(x^2) = \{g(x) - ax - b\}(x^2 - x + 2)$ (a, b は正の整数) が成り立っている。このとき、 $g(x)$ の次数および a, b の値を求めよ。

(仏教大)

18. 多項式 $f(x)$ がすべての x について $f'(x)\left\{f(x) - \frac{1}{2}\right\} = 2xf(x) + x^2 + \frac{5}{2}$ を満たすとする。

(1) $f(x)$ の次数は 2 である。これを示せ。

(2) $f(x)$ を求めよ。

(城西大)

19. 整式で表される関数 $f(x)$ は常に $f(x) + xf'(x) = x(x-2)(x-3)$ を満たす。このとき、 $f(x)$ は [ア] 次関数である。また、 $f(x)$ における 2 次、1 次の項の係数をそれぞれ a, b とすると、 $a = [イ]$, $b = [ウ]$ である。

(武庫川女子大)

20. 多項式 $f(x)$ について、次の条件 (i), (ii), (iii) を考える。

$$(i) \quad x^4 f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x) \quad (ii) \quad f(1-x) = f(x) \quad (iii) \quad f(1) = 1$$

このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 条件 (i) をみたす多項式 $f(x)$ の次数は 4 以下であることを示せ。

(2) 条件 (i), (ii), (iii) をすべてみたす多項式 $f(x)$ を求めよ。

(東北大)

21. 1 次式 $A(x), B(x), C(x)$ に対して、 $\{A(x)\}^2 + \{B(x)\}^2 = \{C(x)\}^2$ が成り立つとする。このとき、 $A(x)$ と $B(x)$ はともに $C(x)$ の定数倍であることを示せ。

(京都大)

22. 実数の組 (x, y, z) で、どのような整数 l, m, n に対しても、等式

$$l \cdot 10^{x-y} - nx + l \cdot 10^{y-z} + m \cdot 10^{x-z} = 13l + 36m + ny$$

が成り立つようなものをすべて求めよ。

(大阪大)

§ 17. 分数式・恒等式

1. $-\frac{4x}{x^2-1}$

3. $-\frac{1}{6}$

5. (1) 0 (2) $a+b+c$

7. $[\text{ア}] = 8, [\text{イ}] = 5, [\text{ウ}] = 7$

9. $(a, b, c) = (1, -2, 1)$

11. $(a, b) = \left(\frac{7}{2}, \frac{1}{16}\right)$

13. $[\text{ア}] = -1, [\text{イ}] = 3, [\text{ウ}] = -2$

15. $(x, y, z) = (3, 4, -12)$

17. 2次式 $(a, b) = (2, 2)$

19. $[\text{ア}] = 3, [\text{イ}] = -\frac{5}{3}, [\text{ウ}] = 3$

21. 略

2. $\frac{1}{2}(x^2 - x - 3)$

4. $x^2 + 8x + 16$

6. $f(x) = x(x-1)(x-2)$

8. $(a, b, c) = (7, 8, 1)$

10. $(a, b) = (6, 6), (-6, -6)$

12. $[\text{ア}] = 1, [\text{イ}] = 2$

14. $(a, b, c) = \left(-\frac{1}{4}, 1, \frac{1}{4}\right)$

16. $(a, b, c) = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, -\frac{7}{12}\right)$

18. (1) 略 (2) $x^2 + x + 3$

20. (1) 略

(2) $x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1$

22. $(x, y, z) =$

$(\log_{10} 2, -\log_{10} 2, -\log_{10} 18),$

$(\log_{10} 3, -\log_{10} 3, -\log_{10} 12)$