§２５　指数関数

１．$\sqrt[3]{54}\times\sqrt{7}\times\sqrt[4]{14}\times\dfrac{1}{\sqrt[4]{490}}\times\sqrt[4]{10}\times\dfrac{1}{\sqrt[4]{7}}\times\dfrac{1}{\sqrt[12]{2}}$ を簡単にせよ。

（立教大）

２．$\sqrt[3]{3^2}\times\sqrt[4]{3}\div\sqrt[6]{3\sqrt{3}}=3^k$ とするとき、k の値を求めよ。

（大阪工大）

３．$a^{2x}=5$ のとき、$\dfrac{a^{3x}-a^{-3x}}{a^x-a^{-x}}$ の値を求めよ。ただし、$a>0$ とする。

（茨城大）

４．不等式 $9^x\geqq 3^{x+3}$ を満たす実数 x の値の範囲を求めよ。

（大阪工大）

５．方程式 $2^{3x}-3\cdot 2^{2x}+2^{x+1}=0$ を解け。

（専修大）

６．不等式 $9^x-4\cdot 3^{x+1}+27<0$ を解け。

（日本大）

７．方程式 $2^{3x}-3\cdot 2^{2x+1}=5\cdot 2^x-30$ の解は $x=$［　　］である。

（関西大）

８．$8^x-3\times 4^x-3\times\cdot 2^{x+1}+8=0$ を満たす実数 x の値は［　　］である。

（京都産業大）

９．方程式 $27\cdot 3^{3x}-93\cdot 3^{2x}+37\cdot 3^x-3=0$ のすべての実数解の積を求めよ。

（自治医科大）

10．方程式 $2\cdot 8^x-17\cdot 4^x+16\cdot 2^x-4=0$ の１つの解は -1 である。他の２つの解の和を求めよ。

（信州大）

11．次の連立方程式を解け。

$5^z-2^{x+1}\cdot 3^y=-139$　,　$4^x+9^y+5^z=150$　,　$2^x+5^z=13$

（日本大）

12. 関数 $y=9^x+9^{-x}-6(3^x+3^{-x})+13$ について、$t=3^x+3^{-x}$ とおくとき、y を t で表すと $y=t^2-$［ ア ］$t+$［ イ ］となる。また、t の値の範囲は、$t \geqq$［ ウ ］である。したがって、この関数の最小値は、$x=\log_2 \dfrac{[\text{ エ }]\pm\sqrt{[\text{ オ }]}}{2}$ のとき、［ カ ］である。

（立命館大）

13. 実数 t に対して、$t=2^x+2^{-x}$, $y=4^x-6\cdot 2^x-6\cdot 2^{-x}+4^{-x}$ とおく。

(1) x が実数全体を動くとき、t の最小値を求めよ。

(2) y を t の式で表せ。

(3) x が実数全体を動くとき、y の最小値を求めよ。

(4) a を実数とするとき、$y=a$ となるような x の個数を求めよ。

（大阪教育大）

14. 関数 $f(x)=8^x-3\cdot 2^x+a$ について次の問いに答えよ。

(1) $t=2^x$ とおいて、$f(x)=0$ を t についての方程式で表せ。

(2) $f(x)=0$ の解の個数は定数 a の値によってどのように変わるか。

（岡山理科大）

15. a を 1 より大きい実数とする。曲線 $y=\dfrac{1}{x}$ の第 1 象限に含まれる部分を動く点 $P\left(x, \dfrac{1}{x}\right)$ を考え、点 P と点 $A(a, a)$ との距離を $f(x)$ とおく。以下の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ を求めよ。

(2) $f(x)$ の最小値を求めよ。

（神戸大）

16. (1) 不等式 $4\log_4 x \leqq \log_2(4-x)+1$ を解け。

(2) (1)で求めた x の範囲において、関数 $y=9^x-4\cdot 3^x+10$ の最大値・最小値とそのときの x の値をそれぞれ求めよ。

（新潟大）

17. 整数 k に対し、座標平面上の点 $P_k\left(\dfrac{k}{500}, 0\right)$, $Q_k\left(\dfrac{k}{500}, 1\right)$ をとり、3 点 P_{k-1} , P_k , Q_k を頂点とする三角形 T_k を考える。また、自然数 n に対し $f_n(x)=2\times 10^{-nx}$ とおく。曲線 $y=f_n(x)$ 上の動点 R が、点（$0, 2$）から出発して x 座標が大きくなる方向に動くとき、三角形 T_k のうち、R が最初にその内部を通過するものが T_8 となるような n をすべて求めよ。ただし、$\log_{10} 2=0.3010$ とする。

（大阪大）

§25. 指数関数

1. $3\sqrt{2}$

2. $k = \dfrac{2}{3}$

3. $\dfrac{31}{5}$

4. $x \geqq 3$

5. $x = 0\,,1$

6. $1 < x < 2$

7. $x = 1 + \log_2 3\,, \dfrac{1}{2}\log_2 5$

8. $x = 0\,,2$

9. 2

10. 2

11. $(x\,,y\,,z) = (3\,,2\,,1)\,,$
$\left(\log_2 \dfrac{19}{2}\,, \log_3 \dfrac{15}{2}\,, \log_5 \dfrac{7}{2}\right)$

12. [ア] 6 [イ] 11 [ウ] 2 [エ] 3 [オ] 5
[カ] 2

13. (1) 2 (2) $y = t^2 - 6t - 2$
(3) -11
(4) $a > -10 \to 2\,, a = -10 \to 3\,,$
$-11 < a < -10 \to 4$
$a = -11 \to 2\,, a < -11 \to 0$

14. (1) $t^3 - 3t + a = 0$
(2) $0 < a < 2 \to 2\,, a \leqq 0\,, a = 2 \to 1$
$2 < a \to 0$

15. (1) $\sqrt{x^2 + \dfrac{1}{x^2} - 2a\left(x + \dfrac{1}{x}\right) + 2a^2}$
(2) $1 < a < 2 \to \sqrt{2}(a-1)$
$a \geqq 2 \to \sqrt{a^2 - 2}$

16. (1) $0 < x \leqq 2$
(2) 最大値 $55\ (x = 2)$
最小値 $6\ (x = \log_3 2)$

17. $n = 19\,, 20\,, 21$