

接線の問題

1. xy 平面における曲線 $y = \sin x$ の2つの接線が直交するとき、その交点の y 座標の値をすべて求めよ.

(2019 東北大)

2. 次の問いに答えなさい. ただし, \log は自然対数を表し, e は自然対数の底とする.

m, n は定数とし, $f(x) = \log(\log x)$, $g(x) = m(\log x)^2 + n$ とする. 曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ が $x = e$ において共有点を持ち, かつ $x = e$ において共通の接線をもつように, m, n の値を定めなさい.

(2019 秋田大)

3. 原点を中心とする半径 $\sqrt{3}$ の円 C_1 と媒介変数 θ を用いて $x = \frac{1}{\cos \theta}$, $y = \tan \theta$ ($-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$) で表される曲線 C_2 について, 次の間に答えよ.

- (1) C_1 と C_2 の交点で, 第1象限にあるものの座標を求めよ.
(2) (1) で求めた交点における C_2 の接線の方程式を求めよ.

(2019 群馬大)

4. 座標平面上の円 C は, 点 $(0, 0)$ を通り, 中心が直線 $x + y = 0$ 上にあり, さらに双曲線 $xy = 1$ と接する. このとき, 円 C の方程式を求めよ. ただし, 円と双曲線がある点で接するとは, その点における円の接線と双曲線の接線が一致することをいう.

(2019 千葉大)

5. 座標平面上の2つの曲線 $C_1: y = \log x$, $C_2: y = \frac{1}{2} \log 2x$ を考える. ただし, 対数は自然対数とする.

以下の問いに答えよ.

- (1) 曲線 C_1 と C_2 の共有点の座標を求めよ.
(2) 曲線 C_1 と C_2 の両方に接する直線の方程式を求めよ.

(2019 奈良女子大)

6. xy 平面上の曲線 $C: y = xe^{\frac{1}{x}}$ について以下の問いに答えよ.

$x = t$ ($t \neq 0$) における曲線 C の接線を $y = ax + b$ とする. a, b を t を用いて表せ.

(2019 名古屋市大)