□　整式の関数方程式

1. (1) $f(x+1)-f(x)=x^2-2x+2$, $f(0)=0$ となるような整式$f(x)$を求めよ。
(2) $f(x^2)=x^3f(x-1)+6x^4+3x^2$ となるような整式$f(x)$を求めよ。

2. 整式 $f(x)$について，恒等式$f(x^2)=x^3f(x+1)-2x^4+2x^2$が成り立つとする。
(1) f (0) , f (1) , f (2)の値を求めよ。
(2) $f(x)$の次数を求めよ。
(3) $f(x)$を決定せよ。

（東京都立大）

3. P (0) = 1 , P $(x+1)$ – P $(x)=2x$ を満たす整式 P (x) を求めよ。

（2017　一橋大）

4. x の多項式$f(x)$が$f(x^2)=x^2f(x-1)-2x^3-5$ を満たしているとき，$f(x)$の次数と，最高次の項の係数を求めよ。

（東邦大）

□　非復元抽出問題

5. 10 個の白玉と 20 個の赤玉が入った袋から，でたらめに 1 個ずつ玉を取り出す。ただし，いったん取り出した玉は袋へは戻さない。このとき，以下の各問いに答えよ。
(1) n 回目にちょうど 4 個目の白玉が取り出される確率 p_n を求めよ。ここで，n は $1≦n≦30$ を満たす整数である。
(2) 確率 p_n が最大になる n を求めよ。

（1992 神戸大）

6. 袋の中に青玉が 7 個，赤玉が 3 個入っている。袋から 1 回につき 1 個ずつ玉を取り出す。一度取り出した玉は袋に戻さないとして，以下の問いに答えよ。
(1) 4 回目に初めて赤玉が取り出される確率を求めよ。
(2) 8 回目が終わった時点で赤玉がすべて取り出されている確率を求めよ。
(3) 赤玉がちょうど 8 回目ですべて取り出される確率を求めよ。
(4) 4 回目が終わった時点で取り出されている赤玉の期待値を求めよ。

（2009 東北大）

7. 白球 13 個と赤球 5 個が入った袋がある。この袋から玉を無作為に 1 個取り出すという試行を繰り返す。ただし，取り出した玉は袋に戻さないこととする。
(1) 試行を 3 回繰り返したとき，取り出した 3 つの球のうち少なくとも 1 つが赤球である確率を求めよ。
(2) n 回目の施行で 4 個目の赤球を取り出す確率を P_n とする。P_n が最大となる n の値を求めよ。

（2006 名古屋市大）

8. n を 9 以上の自然数とする。袋の中に n 個の球が入っている。このうち 6 個は赤球であり残りは白球である。この袋から 6 個の球を同時に取り出すとき，3 個が赤球である確率を P_n とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) P_9 , P_{10} , P_{15} を求めよ。

(2) $\dfrac{P_{n+1}}{P_n}$ を n の式で表せ。

(3) P_n が最大となる n を求めよ。

（2020 宇都宮大）

□　約数の個数・最大公約数

9. 729 の正の約数の個数は[ア]で， 784 の正の約数の個数は[イ]である。また，l , m , n を正の整数として， $2^l3^m5^n$ の正の約数の個数を考える。$l+m+n=9$ のとき，その最大個数は [ウ]である。

（東京理科大）

10. 864 の正の約数のうち，12 の倍数または 18 の倍数であるものは全部で何個あるか。また，それらの総和を求めよ。

（2011　東北学院大）

11. 次の問いに答えよ.

(1) 909667 と 607117 の最大公約数を求めると[ア]である。

(2) n を自然数とするとき，$n+9$ と $2n+17$ の最大公約数を求めると[イ]である。

(3) $2^{100}-1$ と $2^{20}-1$ の最大公約数を求めると[ウ]である。

（2017　神戸薬科大）

□　放物線と面積

12. xy 平面上の 2 直線 L_1 , L_2 は直交し、交点の x 座標は $\frac{3}{2}$ である。また、L_1 , L_2 はともに曲線 $C: y=\frac{x^2}{4}$ に接している．このとき，L_1 , L_2 および C で囲まれる図形の面積を求めよ。

（2022　京都大）

13. a を正の実数とし、放物線 $C: y=-x^2-2ax-a^3+10a$ を考える。以下の問いに答えよ。

(1) 放物線 C と直線 $l: y=8x+6$ が接するような a の値を求めよ。

(2) a が(1)で求めた値のとき、放物線 C，直線 l , y 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

（2021　九州大）

14. k を $k>1$ を満たす実数とする。直線 l：$y=(1-k)\,x+k$ および放物線 C : $y=x^2$ を考える。C と l で囲まれた部分の面積を S_1 とし、C と l と直線 $x=2$ の 3 つで囲まれた部分の面積を S_2 とする。

(1) S_1 を k を用いて表せ。

(2) S_2 を k を用いて表せ。

(3) k が $k>1$ を満たしながら動くとき、S_2-S_1 の最大値を求めよ

（2021　北海道大）

15. $a \geqq 0$とする。2 つの放物線 $C_1 : y=x^2$, $C_2 : y=3(x-a)^2+a^3-40$を考える。以下の問いに答えよ。

(1) C_1 と C_2 が異なる 2 点で交わるような定数 a の値の範囲を求めよ。

(2) a が(1)で求めた範囲を動くとき、C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積 S の最大値を求めよ。

（2020　九州大）

16. b, c を実数 ,q を正の実数とする。放物線 P：$y=x^2+bx+c$ の頂点の y 座標が q のとき、放物線 P と x 軸で囲まれた部分の面積 S を q を用いて表せ。

（2017　大阪大）