§３７－１　逆関数

1. $y=\frac{2^{3x}+4^{x+1}+2^{x+2}}{2^x+2}$を簡単にせよ。また、この逆関数を求めよ。

（2006 芝浦工業大）

2. 関数$f(x)=\log_2(3x+4)$の逆関数$f^{-1}(x)$を求めよ。

（2002 東京電機大）

3. $f(x)=\frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{1+x^2}}$のとき、$\int_0^1 f^{-1}(x)$を求めよ。

（1989 自治医科大）

4. 関数$f(x)=\frac{cx+d}{ax+b}$の逆関数$f^{-1}(x)$が$f(x)$と一致するために、a, b, c, dが満たさなければならない条件を求めよ。ただし、$ad-bc\neq 0$とする。

（1989 龍谷大）

5. $f(x)=-3x+|2x-4|+8$のとき、

(1) $y=f(x)$の逆関数$y=g(x)$を求めよ。

(2) $|2y+f(x)+g(x)|\leqq|f(x)-g(x)|$を満たす点$(x, y)$の領域を求め、それを図示せよ。

（1990 同志社大）

6. $g(x)=\sqrt{2+x}$（$x\geqq -2$）とする。

(1) 関数$g(x)$の逆関数$g^{-1}(x)$を求め、その定義域を示せ。

(2) 2 つの曲線$y=g(x), y=g^{-1}(x)$および直線$y=\sqrt{2}-x$で囲まれた図形を図示せよ。

(3) (2)で図示した図形の面積を求めよ。

（2009 同志社大）

解答

1． $y=2^x(2^x+2)$　　$y=\log_2(-1+\sqrt{1+x})$

2． $f^{-1}(x)=\frac{1}{3}(2^x-4)$

3． $\sqrt{2}-1$

4． $b=-c$, $ad+b^2\neq 0$ または $a=d=0$, $b=c$

5． $g(x)=\begin{cases}-x+4 & (x\leqq 2)\\ -\frac{1}{5}x+\frac{12}{5} & (x>2)\end{cases}$

6． (1) $y=x^2-2$　定義域 x≧0　　(2) 略　　(3) $\frac{17-8\sqrt{2}}{3}$