接線・極値に関する問題

１． $f(x)=\dfrac{x}{1-x}-\log(x+1)$ とする．関数 $y=f(x)$ の極値を求めよ．

２． $f(x)=(x^2-3x-3)e^x$ とする．関数 $f(x)$ は，

$$x=-\boxed{\ 1\ }\ \text{で極大値}\ \boxed{\ 2\ }e^{-\boxed{3}},$$
$$x=\boxed{\ 4\ }\ \text{で極小値}\ -\boxed{\ 5\ }e^{\boxed{6}}\ \text{をもつ．}$$

３．xy 平面における曲線 $y=\sin x$ の 2 つの接線が直交するとき，その交点の y 座標の値をすべて求めよ．

４． m，n は定数とし，$f(x)=\log(\log x)$，$g(x)=m(\log x)^2+n$ とする．曲線 $y=f(x)$ と曲線 $y=g(x)$ が $x=e$ において共有点をもち，かつ $x=e$ において共通の接線をもつように，m，n の値を定めなさい．

５．原点を中心とする半径 $\sqrt{3}$ の円 C_1 と媒介変数 θ を用いて $x=\dfrac{1}{\cos\theta}$，$y=\tan\theta$ $\left(-\dfrac{\pi}{2}<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ で表される曲線 C_2 について，次の問に答えよ．

(1) C_1 と C_2 の交点で，第 1 象限にあるものの座標を求めよ．

(2) (1) で求めた交点における C_2 の接線の方程式を求めよ．

６．関数 $f(x)=2x\sqrt{1-x^2}$ $(0\leqq x\leqq 1)$ に対して，$y=f(x)$ の表す曲線を C とする．関数 $f(x)$ の増減，極値を調べよ．

７． $0\leqq x\leqq 2\pi$ の範囲で $f(x)=e^x\sin x$，$g(x)=e^x\cos x$ を考える．$f(x)$，$g(x)$ の極値をそれぞれ求めよ．

８．座標平面上の 2 つの曲線 $C_1\colon y=\log x$，$C_2\colon y=\dfrac{1}{2}\log 2x$ を考える．ただし，対数は自然対数とする．以下の問いに答えよ．

(1) 曲線 C_1 と C_2 の共有点の座標を求めよ．

(2) 曲線 C_1 と C_2 の両方に接する直線の方程式を求めよ．

９． 関数 $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+2x+2}$ のグラフを C とするとき，次の問に答えよ．

(1) $f(x)=1$ をみたす x の値を求めよ．

(2) 導関数 $f'(x)$ を求め，$f(x)$ の極値をすべて求めよ．また，極限

$$\lim_{x\to\infty}f(x),\quad \lim_{x\to-\infty}f(x)$$

を求めよ．