

関数と不等式

1. $y = ax + 5$ のグラフと $y = |x(x - 2)| + 2|x - 2|$ のグラフが 4 個の相異なる点を共有するような a の範囲を求めよ。

(立教大)

2. 実数 x, y, z が、 $|x| < 1, |y| < 1, |z| < 1$ の範囲を動くとき、 $x + y + z - xyz$ は
[] $< x + y + z - xyz <$ [] の範囲の値をとる。

(東北学院大)

3. 実数 x, y, z が、 $|x| \leq 2, |y| \leq 2, |z| \leq 2$ の範囲を動くとき、 $x + y + z - xyz$ のとる最大値・最小値を求めよ。

4. $f(x, y) = 2xy - x^2 - 2y^2 - 6x + 16y - 17$ の値を最大にする x, y の値と最大値 M を求めよ。

(摂南大)

5. 正の数 x, y に対して $x + y + \frac{1}{xy}$ が成り立つことを示せ。また、等号を成り立たせる x, y を求めよ。

(都立大)

解答

1. $-1 < a \leq 0$

2. -2 と 2

3. 最大値 10 , 最小値 -10

4. $x=2, y=5$, $M=17$

5. 相加相乗平均の関係より $x=y=1$