1 次変換の不動直線

1. $A=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ で表される 1 次変換 f がある。$f(l)=l$ なる直線 l を全て求めよ。

2. $A=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ で表される 1 次変換 f で、直線 l：$px+qy=r$ が自分自身にうつるという。このような l の式を求めよ。

3. 1 次変換 f で、直線 l：$x+y=2$ が自分自身にうつり、さらに点$(3,1)$ が点$(1,3)$ にうつるという。このような行列 A の形を決定せよ。

4. 行列$A=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$ によって定まる xy 平面の 1 次変換を f とする。原点以外のある点 P が f によって自分自身にうつされるならば、原点を通らない直線 l であって、l のどの点も f によって l の点にうつされるようなものが存在することを証明せよ。

解答

１．$x=0$ または $y=x+n$ (n：任意)

２．$x=0$ または $y=x+n$ (n：任意)

３．$A=\begin{pmatrix} a & 1-3a \\ 1-a & 3a \end{pmatrix}$，$a\neq\frac{1}{4}$

４．略