

## 関数の最大最小

**1.** 実数  $x, y, z$  が  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  を満たすとき、 $x + 2y + 3z$  の最大値と最小値を求めよ。

(学習院大・法)

**2.** 点  $(x, y)$  が曲線  $x^2 - xy + y^2 = 2$  上を動くとき、

- (1)  $x + y = u$  において、 $(x + 1)(y + 1)$  を  $u$  の式で表せ。
- (2)  $(x + 1)(y + 1)$  のとりうる値の範囲を求めよ。

(名城大・理工)

**3.**  $x, y$  が  $x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 = 10$  をみたしながら変化するとき、 $x + y$  がとりうる値の範囲を求めよ。

(大阪大・文系)

**4.**  $c$  は正の定数とする。

- (1)  $y = \sqrt{x+c} + \sqrt{c-x}$  とするとき、 $|x| \leq c$  での  $y$  の値の範囲を求めよ。
- (2)  $z = \sqrt{x+c} - \sqrt{c^2-x^2} + \sqrt{c-x}$  を上の  $y$  を用いて表せ。
- (3)  $|x| \leq c$  での  $z$  の最大値を求めよ。

(京都府立医科大)

**5.**  $1 \geq x \geq y \geq z, 3x + y + 2z = 5$  であるとき、 $x - y + z$  の最大値と最小値を求めよ。

(愛知学院大)

解答

1. 最大值  $\sqrt{14}$  最小值  $-\sqrt{14}$

2. (1)  $\frac{1}{3}(u^2 + 3u + 1)$  (2)  $-\frac{5}{12} \leq (x+1)(y+1) \leq 3 + 2\sqrt{2}$

3.  $1 \leq x+y \leq \sqrt[3]{4}$

4. (1)  $\sqrt{2c} \leq y \leq 2\sqrt{c}$  (2)  $z = -\frac{1}{2}(y-1)^2 + \frac{2c+1}{2}$  (3) 
$$\begin{cases} 2\sqrt{c} - c & \left(0 < c < \frac{1}{4}\right) \\ c + \frac{1}{2} & \left(\frac{1}{4} \leq c \leq \frac{1}{2}\right) \\ \sqrt{2c} & \left(\frac{1}{2} < c\right) \end{cases}$$

5. 最大值 1 最小值  $\frac{1}{2}$