

関数の最大最小

1. 実数 x, y, z が $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ を満たすとき、 $x + 2y + 3z$ の最大値と最小値を求めよ。

(学習院大・法)

2. 点 (x, y) が曲線 $x^2 - xy + y^2 = 2$ 上を動くとき、

(1) $x + y = u$ において、 $(x + 1)(y + 1)$ を u の式で表せ。

(2) $(x + 1)(y + 1)$ のとりうる値の範囲を求めよ。

(名城大・理工)

3. x, y が $x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 = 10$ をみたしながら変化するとき、 $x + y$ がとりうる値の範囲を求めよ。

(大阪大・文系)

4. c は正の定数とする。

(1) $y = \sqrt{x + c} + \sqrt{c - x}$ とするとき、 $|x| \leq c$ での y の値の範囲を求めよ。

(2) $z = \sqrt{x + c} - \sqrt{c^2 - x^2} + \sqrt{c - x}$ を上の y を用いて表せ。

(3) $|x| \leq c$ での z の最大値を求めよ。

(京都府立医科大)

5. $1 \geq x \geq y \geq z, 3x + y + 2z = 5$ であるとき、 $x - y + z$ の最大値と最小値を求めよ。

(愛知学院大)

解答

1. 最大值 $\sqrt{14}$ 最小值 $-\sqrt{14}$

2. (1) $\frac{1}{3}(u^2 + 3u + 1)$ (2) $-\frac{5}{12} \leq (x+1)(y+1) \leq 3 + 2\sqrt{2}$

3. $1 \leq x + y \leq \sqrt[3]{4}$

4. (1) $\sqrt{2c} \leq y \leq 2\sqrt{c}$ (2) $z = -\frac{1}{2}(y-1)^2 + \frac{2c+1}{2}$ (3)
$$\begin{cases} 2\sqrt{c} - c & (0 < c < \frac{1}{4}) \\ c + \frac{1}{2} & (\frac{1}{4} \leq c \leq \frac{1}{2}) \\ \sqrt{2c} & (\frac{1}{2} < c) \end{cases}$$

5. 最大值 1 最小值 $\frac{1}{2}$