
No1 数と式 (整式の計算・因数分解・実数)

1. 次の整式を[]内の文字に着目して降べきの順に整理せよ。

$$1 + 3y^2 + x^2y^2 + 2y + x^3 \quad [x \text{ と } y], [x], [y]$$

2. (1) $A = 3x^2 - 1 + 2x$, $B = 5 - 2x^2 - 4x$, $C = x - 3 + x^2$ とする。

$$2A - [4\{B - 3(A - C)\} - 2(A - B)] \text{ を計算せよ。}$$

(2) $(-3x^2y)^3 \times (-2xy^4)^2$ を計算せよ。

(3) $(2x - 3 + x^3)(1 + 2x^2 - 4x)$ を計算せよ。

3. 次の式を展開せよ。

(1) $(2x - 3)(4x - 5)$

(2) $(x + 2)^3$

(3) $(2x - 3y)^3$

(4) $(3x + y + 2z)^2$

(5) $(x - 2y - 3z)^2$

(6) $(x^2 - x + 3)^2$

4. 次の式を展開せよ。

(1) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

(2) $(2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2)$

(3) $(x - 2y + 3z)(x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 2xy + 6yz - 3zx)$

(4) $(2x - y - 1)(4x^2 + y^2 + 2xy + 2x - y + 1)$

5. 次の式を展開せよ。

(1) $(x + 2y + 1)(x + 2y - 3)$

(2) $(2x^2 - 4xy + 3y^2)(2x^2 + 4xy + 3y^2)$

(3) $(x + 2y - 3z)(x - 2y + 3z)$

(4) $(a - b - c + d)(a + b - c - d)$

6. 次の式を展開せよ。

(1) $(2x + y)(2x - y)(4x^2 + y^2)(16x^4 + y^4)$

(2) $(x + y)^3(x - y)^3$

(3) $(x + 2)(x - 3)(x^2 - 2x + 4)(x^2 + 3x + 9)$

(4) $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4)$

7. 次の式を展開せよ。

(1) $(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)(x^4 - x^2y^2 + y^4)$

(2) $(x + y + z)(-x + y + z)(x - y + z)(x + y - z)$

(3) $(x + y + z)^2 - (x - y - z)^2 - (x - y + z)^2 + (x + y - z)^2$

(4) $(x + y + z)^3 - (y + z - x)^3 - (x - y + z)^3 - (x + y - z)^3$

8. 次の式を因数分解せよ。

(1) $2x^2 + 5x + 3$ (2) $2x^2 - 5x - 3$ (3) $8x^2 - 22x + 15$
(4) $9x^2 + 14x - 8$ (5) $4x^2 - 17xy + 4y^2$ (6) $16x^2 + 58xy - 24y^2$

9. 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^3 + 64$ (2) $125x^3 - 27y^3$
(3) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ (4) $8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3$
(5) $x^3 - 2x^2y + 3xy^2 - 6y^3$ (6) $x^3 + 2x^2 - 4x - 8$

10. 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^3 - y^3 + 8z^3 + 6xyz$ (2) $x^3 + y^3 + 3xy - 1$
(3) $(x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3$

11. 次の式を因数分解せよ。

(1) $(x^2 - 2x)^2 - 18(x^2 - 2x) + 45$ (2) $(x - 1)(x - 2)(x + 3)(x + 4) - 24$
(3) $8x^6 - 19x^3y^3 - 27y^6$ (4) $(xz + y)^2 - (x + yz)^2$
(5) $4x^2 - y^2 - 9z^2 + 6yz$ (6) $(a^2 - b^2 + c^2)^2 - 4a^2c^2$

12. 次の式を因数分解せよ。

(1) $10x^2 - 3z^2 - 5xy + yz + 13zx$ (2) $x^3z - x^2yz + x^2 - 2xy^2z - xy - 2y^2$
(3) $x^3y^2 + x^2y^2 + x^2yz - 2xy^2 + 3xyz - 2xz^2 + 2yz - 4z^2$

13. 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 5xy + 6y^2 - 4x - 13y - 5$
(2) $2x^2 - 5xy - 3y^2 + 5x + 13y - 12$
(3) $4x^2 - 5xy + y^2 - 5x - y - 6$
(4) $12x^2 - 11xy + 2y^2 - 19x + 11y + 5$

14. 次の式を因数分解せよ。

(1) $4x^4 - 13x^2 + 3$ (2) $x^4 - 14x^2 + 1$
(3) $x^4 - 13x^2y^2 + 4y^4$ (4) $x^4 + 4y^4$

15. 次の式を因数分解せよ。

(1) $abc + ab + bc + ca + a + b + c + 1$ (2) $(a + b + c)(ab + bc + ca) - abc$
(3) $(a + b)(b + c)(c + a) + abc$ (4) $a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 - 2b^2c^2 - 2c^2a^2$
(5) $(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$

16. 次の式を因数分解せよ。

(1) $a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)$ (2) $a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b)$

17. 次の分数を小数で表せ。

(1) $\frac{15}{8}$ (2) $\frac{2}{9}$ (3) $\frac{5}{7}$

18. 次の循環小数を分数で表せ。

(1) $0.\dot{4}$ (2) $2.\dot{1}8\dot{3}$ (3) $0.0\dot{8}3\dot{7}$

19. 次の式の分母を有理化せよ。

(1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}$ (2) $\frac{9}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}$ (3) $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

(4) $\frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{25}+\sqrt{23}}$

20. 次の式の分母を有理化せよ。

(1) $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ (2) $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}+2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}+2} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}-2}{\sqrt{7}+\sqrt{3}-2}$ (3) $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+2+\sqrt{6}}$

21. 次の式の絶対値をはずせ。

(1) $|3\sqrt{7}-8|$ (2) $|\pi-4|+|3-\pi|$ (3) $|x^2+1|$
(4) $|x-1|$ (5) $|1-x|+2|x+3|$

22. $\sqrt{x^2-4x+4} + \sqrt{9x^2+6x+1}$ を簡単にせよ。

23. 次の式の2重根号をはずして簡単にせよ。

(1) $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$ (2) $\sqrt{6-\sqrt{32}}$ (3) $\sqrt{11+4\sqrt{7}}$ (4) $\sqrt{7-3\sqrt{5}}$

24. 次の式の2重根号をはずして簡単にせよ。

(1) $\sqrt{5+8\sqrt{9+4\sqrt{5}}}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{3-\sqrt{5}}}$
(2) $\sqrt{a+\sqrt{a^2-4}}$ ($a \geq 2$) (4) $\sqrt{2+\frac{\sqrt{15}}{2}} + \sqrt{2-\frac{\sqrt{15}}{2}}$
(3) $\sqrt{\frac{8}{15}-\sqrt{\frac{4}{15}}}$ (6) $x = \frac{2\sqrt{14}}{3}$ のとき $\frac{\sqrt{3+x}-\sqrt{3-x}}{\sqrt{3+x}+\sqrt{3-x}}$

25. $x = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}, y = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ のとき、次の式の値を求めよ。

- | | | | |
|--------------------------------------|----------------------------|------------------------------|------------------|
| (1) $x^2 + y^2$ | (2) $x^3 + y^3$ | (3) $x^4 + y^4$ | (4) $x^5 + y^5$ |
| (5) $x^6 + y^6$ | (6) $x^7 + y^7$ | (7) $x - y$ | (8) $x^2 - y^2$ |
| (9) $x^3 - y^3$ | (10) $x^4 - y^4$ | (11) $x^5 - y^5$ | (12) $x^6 - y^6$ |
| (13) $\frac{y}{x+1} + \frac{x}{y+1}$ | (14) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ | (15) $x\sqrt{x} + y\sqrt{y}$ | |

26. (1) $x = \sqrt{2+\sqrt{3}}, y = \sqrt{2-\sqrt{3}}$ のとき、 $x+y, x^2+y^2$ の値を求めよ。

(2) $\frac{(\sqrt{7}+2)^3 - (\sqrt{7}-2)^3}{(\sqrt{7}+2)^4 - (\sqrt{7}-2)^4}$ を簡単にせよ。

27. $x^2 - 5x + 1 = 0$ ($0 < x < 1$) のとき、次の式の値を求めよ。

- | | | | |
|---------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------|
| (1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ | (2) $x^3 + \frac{1}{x^3}$ | (3) $x^4 + \frac{1}{x^4}$ | (4) $x^5 + \frac{1}{x^5}$ |
| (5) $x^6 + \frac{1}{x^6}$ | (7) $x - \frac{1}{x}$ | (8) $x^2 - \frac{1}{x^2}$ | (8) $x^3 - \frac{1}{x^3}$ |
| (9) $x^4 - \frac{1}{x^4}$ | (10) $\frac{x^{10}-1}{x^5}$ | (11) $\frac{x+1}{\sqrt{x}}$ | |

28. $x = 1 + \sqrt{2}, y = 1 - \sqrt{2}, z = -3$ のとき。次の式の値を求めよ。

- | | | |
|---|--|---|
| (1) $x^2 + y^2 + z^2$ | (2) $x^3 + y^3 + z^3$ | (3) $x^4 + y^4 + z^4$ |
| (4) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ | (5) $\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}$ | (6) $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}$ |
| (7) $(x+y)(y+z)(z+x)$ | | |

29. $\frac{3}{\sqrt{7}-2}$ の整数部分を a 、小数部分を b とするとき、次の式の値を求めよ。

- | | |
|----------------|------------------------|
| (1) $ab + b^2$ | (2) $a^2 + 4ab + 4b^2$ |
|----------------|------------------------|

30. (1) $\frac{10}{1+\sqrt{5}-\sqrt{6}}$ の整数部分と小数部分を求めよ。

(2) $\sqrt{22 - 2\sqrt{105}}$ の整数部分と小数部分を求めよ。

(3) $\sqrt{n^2 + 1}$ (n : 自然数) の整数部分と小数部分を求めよ。

(4) $n + \sqrt{n^2 - 1}$ (n : 自然数) の整数部分と小数部分を求めよ。

(5) $n - \sqrt{2}$ (n : 自然数) の整数部分が2であるとき、小数部分を求めよ。