

### No3 図形と方程式（直線）

95. (1) 2点  $A(1, 1)$ ,  $B(5, 3)$  があり、さらに点  $P$  が直線  $y = 2x + 1$  上にあるとする。  
 $AP = BP$  となるときの点  $P$  の座標を求めよ。  
(2) 頂点が  $A(1, 1)$ ,  $B(5, 2)$ ,  $C(2, 4)$  である  $\triangle ABC$  の外心  $O$  の座標を求めよ。  
(3) 頂点が  $A(0, 1)$ ,  $B(5, 1)$ ,  $C(4, 4)$  である  $\triangle ABC$  がある。 $AP^2 + BP^2 + CP^2$  が最小になる  
ときの点  $P$  の座標を求めよ。
96. 放物線  $y = x^2$  が直線  $y = 2x + 1$  から切り取る線分の長さ  $l$  を求めよ。
97. 次の3点  $A, B, C$  を頂点とする三角形の形状を答えよ。  
(1)  $A(2, 0)$ ,  $B(3, -1)$ ,  $C(4, 1)$       (2)  $A(-1, -2)$ ,  $B(2, 2)$ ,  $C(-5, 1)$
98. 2点  $A(0, 2)$ ,  $B(4, 0)$  に対し、 $\triangle ABC$  が正三角形となるような点  $C$  の座標を求めよ。
99. 2点  $A(1, 1)$ ,  $B(5, 3)$  に対し、 $\triangle ABC$  が直角三角形となるような  $x$  軸上の点  $C$  の座標を  
求めよ。
100. 点  $A(4, 3)$  に関して、点  $P(2, 1)$  と対称な点  $Q$  の座標を求めよ。
101. 3点  $O(0, 0)$ ,  $A(1, -2)$ ,  $B(4, 2)$  に対し、 $\angle AOB$  の二等分線と直線  $AB$  との交点  $P$  の  
座標を求めよ。
102. 3点  $A(1, 3)$ ,  $B(5, 1)$ ,  $C(3, 5)$  と点  $D$  が平行四辺形の頂点となるとき、点  $D$  の座標を  
求めよ。
103. 次の直線の方程式を求めよ。  
(1) 点  $(2, 3)$  を通り、傾き  $4$  の直線  
(2) 2点  $(1, 2)$ ,  $(5, 7)$  を通る直線  
(3) 2点  $(2, 3)$ ,  $(2, 6)$  を通る直線  
(4) 2点  $(2, 3)$ ,  $(4, 3)$  を通る直線  
(5) 2点  $(3, 0)$ ,  $(0, 2)$  を通る直線

- 104.** 点 $(2, 1)$ を通り、直線 $2x - y + 6 = 0$ に平行な直線と垂直な直線の方程式を求めよ。
- 105.** 2直線 $ax + 2y + 3 = 0, 3x + (a - 1)y + a = 0$ が次の条件を満たすとき、定数 $a$ の値を求めよ。
- (1) 2直線が垂直
  - (2) 2直線が平行 (一致はしない)
  - (3) 2直線が一致
- 106.** 3点 $A(1, 1), B(3, 5), C(2a + 1, a - 2)$ が同一直線上にあるとき、定数 $a$ の値を求めよ。
- 107.** 3直線 $2x + y - 7 = 0, x - 2y + 4 = 0, ax + y - 1 = 0$ が1点で交わる時、定数 $a$ の値を求めよ。
- 108.** 3直線 $2x + y = 1, 5x + 4y = 1, ax + by = 1$ が1点で交わるとする。このとき、3点 $(2, 1), (5, 4), (a, b)$ が同一直線上にあることを示せ。
- 109.** 3直線 $x + y - 4 = 0, 2x - y + 1 = 0, 3x - ay - a = 0$ が三角形を作らないような定数 $a$ の値を求めよ。
- 110.** 直線 $(k + 2)x + (2k - 1)y - 4k - 3 = 0$ が、定数 $k$ の値に関係なく通る定点 $A$ の座標を求めよ。
- 111.** 2直線 $x + 2y - 4 = 0 \dots\dots$ ①,  $2x - y - 3 = 0 \dots\dots$ ②の交点を通る直線のうち、次の条件を満たす直線の方程式を求めよ。
- (1) 点 $(1, 2)$ を通る。
  - (2) 直線 $3x - y + 1 = 0$ と平行となる。
  - (3) 直線 $x - 2y + 3 = 0$ と垂直となる。
- 112.** 2点 $A(1, 2), B(5, 1)$ を結ぶ線分の垂直二等分線の方程式を求めよ。
- 113.** 直線 $2x - y - 3 = 0$ に関して、点 $(1, 4)$ と対称な点 $B$ の座標を求めよ。
- 114.** 直線 $2x - y - 3 = 0$ に関して、直線 $x - y + 1 = 0$ と対称な直線の方程式を求めよ。

115. 2点  $A(1, 6)$ ,  $B(5, 3)$  がある。点  $P$  が直線  $y = -x + 5$  上を動くとき、 $AP + PB$  の最小値と、そのときの点  $P$  の座標を求めよ。

116. (1) 平行な 2 直線  $y = 2x - 3$ ,  $y = 2x + 4$  の距離を求めよ。

(2) 点  $(1, 3)$  から直線  $x + ky - 1 = 0$  に下した垂線の長さが  $\sqrt{2}$  であるとき、定数  $k$  の値を求めよ。

(3) 点  $(3, 2)$  から直線  $5x + 4y + k = 0$  に下した垂線の長さが 2 であるとき、定数  $k$  の値を求めよ。

117. 3点  $A(5, 2)$ ,  $B(2, 4)$ ,  $C(1, 1)$  を頂点とする  $\triangle ABC$  の面積  $S$  を求めよ。

118. 3点  $A(5, 5)$ ,  $B(0, 4)$ ,  $C(1, 1)$  を頂点とする  $\triangle ABC$  について以下の問いに答えよ。

(1) 点  $B$  を通り、 $\triangle ABC$  の面積を 2 等分する直線の方程式を求めよ。

(2) 直線  $y = mx - 4(m - 1)$  が  $\triangle ABC$  の面積を 2 等分するとき、定数  $m$  の値を求めよ。

119. (1) 放物線  $y = x^2$  上の点  $P$  と直線  $y = x - 2$  の最短距離とそのときの点  $P$  の座標を求めよ。

(2) 放物線  $y = x^2$  上の点  $P$  と 2 点  $A(0, -2)$ ,  $B(3, 1)$  を頂点とする  $\triangle ABP$  の面積  $S$  の最小値とそのときの点  $P$  の座標を求めよ。

120. 放物線  $y = x^2$  上に  $\angle POQ = 90^\circ$  を満たす 3 点  $O(0, 0)$ ,  $P(p, p^2)$  ( $p > 0$ ),  $Q(q, q^2)$  をとる。

(1) 直線  $PQ$  が必ず通る定点を求めよ。

(2)  $\triangle OPQ$  の面積  $S$  の最小値を求めよ。

121. 放物線  $y = x^2$  上に、直線  $y = ax + 1$  に関して対称な位置にある異なる 2 点  $P, Q$  が存在するような  $a$  の範囲を求めよ。 (一橋大)

122.  $\triangle ABC$  において、辺  $BC$  の中点を  $M$  とする。このとき、 $AB^2 + AC^2 = 2(AM^2 + BM^2)$  が成り立つことを示せ。