

No5 図形と方程式（軌跡と領域）

140. 2点 $A(-2, 0)$, $B(4, 0)$ からの距離の比が $2:1$ である点の軌跡を求めよ。

141. 2点 $A(1, 5)$, $B(6, 2)$ を結ぶ線分の垂直二等分線の方程式を求めよ。

142. 2直線 $l: 2x - y - 3 = 0$, $m: x - 2y = 0$ のなす角の二等分線 L の方程式を求めよ。

143. 座標平面上に 2点 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ がある。

(1) 点 P が $\angle APB = 90^\circ$ を満たしながら動くとき、点 P の軌跡を求めよ。

(2) 点 P が $\angle APB = 60^\circ$ を満たしながら動くとき、点 P の軌跡を求めよ。

144. 円 $(x - 2)^2 + y^2 = 4$ 上の点 $O(0, 0)$ と $A(4, 0)$ がある。点 Q がこの円上を動くとき、 $\triangle OAQ$ の重心 P の軌跡を求めよ。

145. 放物線 $y = x^2 + (2t - 4)x - t^2$ ($t \geq 0$) の頂点 P の軌跡を求めよ。

146. t を実数とする。以下の式で定まる点 $P(x, y)$ の軌跡を求めよ。

$$(1) \begin{cases} x = t^2 \\ y = t^4 - t^2 \end{cases} \qquad (2) \begin{cases} x = \frac{2t}{t^2 + 1} \\ y = \frac{2t^2}{t^2 + 1} \end{cases} \quad (t > 0)$$

147. 放物線 $y = x^2$ と直線 $y = m(x + 1)$ が異なる 2点 A, B で交わる時、線分 AB の中点の軌跡を求めよ。

148. 円 $(x - 2)^2 + y^2 = 4$ と直線 $y = m(x - 6)$ が異なる 2点 A, B で交わる時、線分 AB の中点の軌跡を求めよ。

149. 次の不等式の表す領域を図示せよ。

$$(1) x^2 \leq y < -x + 2 \qquad (2) \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ (x - 2)^2 + y^2 \geq 1 \end{cases}$$

150. 不等式 $(x^2 + y^2 - 4)(x + y - 2) \leq 0$ の表す領域を図示せよ。

151. 不等式 $(x - 1)(y - x)(y - x^2) > 0$ の表す領域を図示せよ。

152. 次の不等式の表す領域を図示せよ。

(1) $|x + y| \leq 1$

(2) $|x| + |y| \leq 1$

153. 不等式 $1 \leq ||x| - 2| + ||y| - 2| \leq 3$ の表す領域を xy 平面に図示せよ。

154. 直線 $y = ax + b$ が、2 点 $A(-1, 1), B(2, 4)$ を結ぶ線分と共有点をもつとき、 a, b の条件を求め、それを ab 平面上に図示せよ。

155. xy 平面上の原点と点 $(1, 2)$ を結ぶ線分(両端を含む)を L とする。曲線 $y = x^2 + ax + b$ が L と共有点を持つような実数の組 (a, b) の集合を ab 平面上に図示せよ。 (京都大)

156. 3 点 $A(0, 0), B(6, 8), C(21, 0)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の内接円の方程式を求めよ。

157. (1) $x^2 + 2x + y^2 \leq 0$ ならば $x^2 + y^2 \leq 4$ が成り立つことを示せ。

(2) $x^2 + y^2 \leq 1$ が $2x + y \geq k$ の十分条件となるような定数 k の値の範囲を求めよ。

(3) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 \leq r^2$ が $x^2 + y^2 \leq 25$ の十分条件となるような正の定数 r の値の範囲を求めよ。

158. 連立不等式 $x + 2y \geq 4, x - 3y \geq -6, 3x + y \leq 12$ が表す領域を D とする。 y

点 (x, y) が領域 D を動くとき、次の式の最大値と最小値を求めよ。

(1) $x + 4y$

(2) $x^2 + y^2$

(3) $\frac{y-1}{x+1}$

159. 連立不等式 $x^2 + y^2 \leq 25, x + 2y \leq 10$ が表す領域を D とする。また、 a を実数とする。点 (x, y) が領域 D を動くとき、 $ax + y$ の最小値と最大値を求めよ。