

No6 図形と方程式（順像法と逆像法）

160. $-1 \leq x \leq 2$ のとき、 $y = 2x - 3$ の値域を求めよ。

161. (1) $y = \frac{x-2}{x^2-4x+5}$ の値域を求めよ。
(2) $y = \frac{x-2}{x^2-4x+5}$ ($x \geq 2$) の値域を求めよ。

162. a を実数定数とする。

- (1) $x^2 - 2ax + 2a^2 - 4 = 0$ の実数解 x のとりうる値の範囲を求めよ。
(2) $0 \leq a \leq 2$ のとき、 $x^2 - 2ax + 2a^2 - 4 = 0$ の実数解 x のとりうる値の範囲を求めよ。

163. 実数 x, y が $x^2 - 2xy + 2y^2 = 1$ を満たすとき、次を求めよ。

- (1) x のとりうる値の範囲 (2) $2x + y$ の最大値と最小値

164. m がすべての実数をとるとき、2 直線 $mx - y = 0$ と $x + my = -2m + 2$ の交点の軌跡を求め、図示せよ。

165. (1) t がすべての実数値をとるとき、直線 $y = 2tx - t^2$ が通過する領域を図示せよ。

(2) 実数 t が $0 \leq t \leq 1$ を動くとき、直線 $y = 2tx - t^2$ が通過する領域を図示せよ。

166. 放物線 $y = x^2$ 上に 2 点 $P(t, t^2), Q(t+1, (t+1)^2)$ をとる。 t が $-1 \leq t \leq 0$ の範囲を動くとき、線分 PQ の通過範囲を求めよ。

167. (1) 実数 x, y が $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$ を満たしながら動くとする。このとき、点 $(x+y, x-y)$ の動く領域を図示せよ。

(2) 実数 x, y が $x^2 + y^2 \leq 1$ を満たしながら動くとする。このとき、点 $(x+y, xy)$ の動く領域を図示せよ。

168. 原点 O と異なる点 $P(x, y)$ に対し、 O を端点とする P を通る半直線上にあり、 $OP \cdot OQ = 4$ を満たす点 $Q(X, Y)$ を考える。点 $P(x, y)$ の座標を X, Y を用いて表せ。

169. 原点 O を中心とする半径 2 の円に、円外の点 $P(a, b)$ から 2 本の接線を引く。 2 つの接点の中点を $Q(X, Y)$ とするとき、 $OP \cdot OQ = 4$ が成り立つことを示せ。また点 $Q(X, Y)$ の座標を a, b を用いて表せ。

170. 原点と異なる点 $P(x, y)$ に対し、点 $Q\left(\frac{4x}{x^2+y^2}, \frac{4y}{x^2+y^2}\right)$ を対応させる。点 P が次の図形上を動くとき、点 Q の軌跡を求めよ。

(1) 原点を通る直線 $y = \frac{1}{2}x$ (原点を除く)

(2) 原点を通らない直線 $2x + y - 6 = 0$

(3) 原点を通る円 $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{9}$ (原点を除く)

(4) 原点を通らない円 $(x - 1)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$