

No11 多変数関数

1. (1) $x + 2y = 5$ のとき、 $x^2 + y^2$ の最小値を求めよ。
(2) $x + y + 2z = 1$, $x - 3y + 4z = 1$ のとき、 $x^2 + y^2 + z^2$ の最小値を求めよ。
2. (1) $2x + y = 8$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ のとき、 xy の最大値と最小値を求めよ。
(2) (1) のとき、 $x^2y^2 + 4x^2 + y^2$ の最大値と最小値を求めよ。
3. (1) $2x^2 + y^2 = 2$ のとき、 $2x + y^2$ の最大値と最小値を求めよ。
(2) $x^2 + y^2 + 2y = 3$ のとき、 $x^2 + 2y^2 + 6y$ の最大値と最小値を求めよ。
4. (1) $x^2 + 2x + y^2 - 4y + 1$ の最小値を求めよ。
(2) $1 \leq x \leq 3$, $-1 \leq y \leq 4$ のとき、(1) の最大値と最小値を求めよ。
(3) $x^2 + 2xy + 2y^2 + 4x - 2y + 1$ の最小値を求めよ。
5. (1) $x > 0$, $y > 0$, $xy = 4$ のとき、 $2x + y$ の最小値を求めよ。
(2) $x > 0$, $y > 0$, $2x + y = 4$ のとき、 xy の最大値を求めよ。
(3) 縦・横・高さの和が 12 の直方体を作るとき、体積の最大値を求めよ。
6. (1) $x^2 + y^2 = 4$ のとき、 $2x + y$ の最大値と最小値を求めよ。
(2) $x + y = 5$ のとき、 $x^2 + 4y^2$ の最小値を求めよ。
(3) $x + 2y + 3z = 7$ のとき、 $x^2 + y^2 + z^2$ の最小値を求めよ。
7. (1) $x^2 - 2xy + y^2 = 1$ のとき、 $xy + x + y$ の最大値と最小値を求めよ。
(2) $x + y + z = 2$, $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ のとき、 $x^3 + y^3 + z^3$ の最小値を求めよ。
(3) 1 つの頂点から出る 3 辺の長さが x, y, z であるような直方体において、 x, y, z の和が 6, 全表面積が 18 であるとき、体積の最大値を求めよ。
- (1962 東京大)
8. $x + 2y \geq 4$, $x - 3y \geq -6$, $3x + y \leq 12$ を満たすとき、次の式の最大値と最小値を求めよ。
- (1) $2x + y$ (2) $x^2 + y^2$ (3) $\frac{y-1}{x+1}$
9. (1) $x^2 + xy + y^2 = 1$ のとき、 y の最大値と最小値を求めよ。
(2) $x^2 + xy + y^2 = 1$ のとき、 $2x + y$ の最大値と最小値を求めよ。
(3) $x - 2y - 4z = -1$, $x^2 + y^2 - 3z^2 = 5$ のとき、 $x - y - 3z$ の最大値と最小値を求めよ。

10. (1) $x^2 + y^2 = 1$ のとき、 $x^2 + 2xy + 3y^2$ の最大値と最小値を求めよ。

(2) $4x^2 + 9y^2 = 36$ のとき、 $2x^2 + xy + 4y^2$ の最大値と最小値を求めよ。

11. (1) $4x^2 - 8xy + 10y^2 = 1$ のとき、 $x^2 + y^2$ の最大値と最小値を求めよ。

(2) $1 \leq x \leq 2, 2 \leq y \leq 4$ のとき、 $\frac{2xy}{4x^2 + y^2}$ の最大値を求めよ。

12. (1) $3 \leq x \leq 4, -2 \leq y \leq 0$ のとき、 $xy + x - 2y + 1$ の最大値と最小値を求めよ。

(2) x, y が $x + 2y \geq 4, x - 3y \geq -6, 3x + y \leq 12$ を満たすとする。このとき、 $x^2 - y^2$ の最大値と最小値を求めよ。

(3) $0 \leq x \leq 1, y \leq 2, 2 \leq z \leq 3$ が成り立つとする。このとき、 $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$ の最小値を求めよ。

13. $-4 \leq -x + 2y \leq 3, 3 \leq 2x - y \leq 6$ のとき、 $x^2 - 2xy + 2y^2$ の最大値と最小値を求めよ。