No1 場合の数

1. 100 から 200 までの整数のうち、次の整数の個数を求めよ。

(1) 3 の倍数かつ 5 の倍数　　(2) 3 の倍数または 5 の倍数

(2) 3 の倍数だが 5 の倍数ではない　　(4) 3 の倍数でないかつ 5 の倍数でない

2. 曲全体集合を U とし、A , B , C を U の部分集合とする。

$n(U) = 160$, $n(A) = 70$, $n(B) = 50$, $n(C) = 60$, $n(A \cap B) = 20$, $n(B \cap C) = 13$

$n(C \cap A) = 15$, $n(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}) = 23$ のとき、, $n(A \cap \overline{B} \cap \overline{C})$ を求めよ。

3. 集合 U とその部分集合 A に対し、 $n(U) = 100$, $n(A) = 70$, $n(B) = 40$ とする。

(1) $n(A \cap B)$ の最大値と最小値を求めよ。

(2) $n(A \cap \overline{B})$ の最大値と最小値を求めよ。

4. A と B の 2 人が対戦し、先に 3 回勝ったほうを優勝とする。最終的に A が優勝するとき、優勝が決まるまでの決まり方は何通りあるか。

5. 硬貨を 3 回投げるとき、表裏の出方は何通りあるか。

6. 大小 2 個のサイコロを投げるとき、出た目の和が偶数になる場合の数は何通りあるか。

7. (1) 大小 2 個のサイコロを投げるとき、目の和が 10 以下になる場合は何通りか。

(2) 大中小 3 個のサイコロを投げるとき、目の積が偶数になる場合は何通りか。

(3) 大中小 3 個のサイコロを投げるとき、目の積が 4 の倍数になる場合は何通りか。

8. 以下の硬貨の全部または一部を使って支払える金額は何通りあるか。

(1) 100 円硬貨が 4 枚 , 50 円硬貨が 1 枚 , 10 円硬貨が 3 枚

(2) 100 円硬貨が 1 枚 , 50 円硬貨が 3 枚 , 10 円硬貨が 2 枚

(3) 100 円硬貨が 2 枚 , 50 円硬貨が 1 枚 , 10 円硬貨が 7 枚

9. (1) 500 円硬貨 , 100 円硬貨 , 50 円硬貨を使って、800 円支払う方法は何通りあるか。使わない硬貨があってもよい。

(2) 500 円硬貨 , 100 円硬貨 , 50 円硬貨をそれぞれ 1 枚以上使って、1000 円支払う方法は何通りあるか。

(3) 500 円硬貨 , 100 円硬貨 , 50 円硬貨を使って、10000 円支払う方法は何通りあるか。使わない硬貨があってもよい。 (数 B :数列)

10. (1) 7 人から 3 人選んで 1 列に並べるときの並び方は何通りあるか。
(2) 7 人全員を 1 列に並べるときの並び方は何通りあるか。

11. (1) 10 人から校長 , 教頭 , 担任を 1 人ずつ決める場合の数は何通りあるか(兼任不可)。
(2) 3 人の生徒がそれぞれ A. , B , C , D , E , F 席のいずれかに座るときの場合の数は何通りあるか。
(3) A , B , C , D と書かれた玉を 8 人に配る(1 人 1 個)ときの場合の数は何通りあるか。

12. 男子 5 人と女子 2 人を 1 列に並べるとき、次の並び方は何通りあるか。
(1) 少なくとも一方の端に女子が並ぶ。
(2) 左から奇数番目に男子が並ぶ。

13. 7 個の数字 1 , 1 , 2 , 2 , 3 , 3 , 4 がある。左右どちらから読んでも同じ順番となるように並べるときの場合の数は何通りあるか。

14. 6 個の数字 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 から異なる 4 個を選んで 4 桁の整数を作る。このとき、次の条件を満たす整数は何個できるか。
(1) 整数　(2) 奇数　(3) 偶数　(4) 3 の倍数　(5) 6 の倍数
(6) 4 の倍数　(7) 4 の倍数または 5 の倍数　(8) 3200 より大きい整数

15. 6 個の数字 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 から異なる 4 個を選んでできるすべての 1 桁の整数の和を求めよ。

16. a , b , c , d , e の 5 文字を 1 個ずつ使ってできるすべての文字列をアルファベット順に並べる。
(1) dbeac は何番目にあるか。　(2) 88 番目は何か。

17. 男子 1 人と女子 3 人を 1 列に並べるとき、次の並べ方は何通りあるか。
(1) 女子 3 人が隣り合う。　(2) 女子が隣り合わない。
(3) 少なくとも 2 人の女子が隣り合う。　(4) 女子 3 人のうち、2 人だけが隣り合う。.
(5) 男子と女子が交互に並ぶ。　(6) 少なくとも 2 人の男子が隣り合う。
(7) 男子 X が女子 2 人と隣り合う。
(8) 女子 A , B , C のうち、A が B , C の少なくとも 1 人と隣り合う。

18. 4 個の数字 0 , 1 , 2 , 3 から重複を許して選んでできる 5 桁以下の整数の個数を求めよ。

19. 集合 $A = \{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 \}$の部分集合の個数を求めよ。

,

20. 異なる 4 冊の本を 3 人に配るとき、何通りの配り方があるか。ただし、1 冊ももらえない人がいてもよい。

21. 5 人の生徒を次のように部屋割りする方法は何通りあるか。ただし、空き部屋ができないようにする。

(1) 2 つの部屋 A , B に入れる。　　　(2) 3 つの部屋 A , B , C に入れる。

22. ○と●を重複を許して合計 7 個並べるとき、次の条件を満たす順列は何通りあるか。

(1) ○が 3 個以上連続して並ぶ部分がある。

(2) ○が 3 個連続して並ぶ部分があるが、4 個連続して並ぶ部分はない。

(3) ○が 2 個連続して並ぶ部分があるが、3 個連続して並ぶ部分はない。

(4) ○が 2 個以上連続して並ぶ部分がない。

23. 男子 7 人 , 女子 5 人から 5 人を選ぶとき、次の場合の数を求めよ。

(1) 12 人から 5 人を選ぶ。

(2) 男子 3 人 , 女子 2 人を選ぶ。

(3) 5 人の中に女子が少なくとも 1 人含まれる。

(4) 特定の男子 A , B と女子 C が含まれる。

(5) 特定の男子を含み、特定の女子 C を含まない。

(6) 男子 2 人 , 女子 3 人を選んで 1 列に並べる。

24. 白球 4 個 , 赤球 3 個 , 黒球 2 個 , 青球 1 個の並べ方は何通りあるか。ただし、同し色の球は区別しないものとする。

25. 7 文字のアルファベット A , A , A , B , C , D , E から 5 文字を取り出して並べる方法は何通りあるか。

26. 9 文字のアルファベット A , A , A , A , B , B , B , C , C がある。

(1) 4 文字を取り出して並べる方法は何通りあるか。

(2) AABCC と CCBAA のように、反転させると一致するものを同じ文字列とみなす。このとき、9 文字すべて並べる方法は何通りあるか。

27. (1) 4 桁の自然数のうち、同じ数字をちょうど 3 個含むものの個数を求めよ。

(2) 4 桁の自然数のうち、ちょうど 2 種類の数字からなるものの個数を求めよ。

28. GOUKAKU の 7 文字を 1 列に並べるとき、同じ文字が隣り合わない並べ方は何通りあるか。

29. AABBCC の 6 文字を 1 列に並べるとき、同じ文字が隣り合わない並べ方は何通りあるか。

30. calculus の 8 文字をすべて並べてできる文字列について、次の問いに答えよ。

(1) 3 つの母音 a , u , u がこの順に並ぶものは何通りあるか。

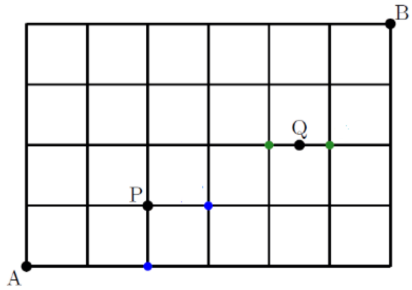
(2) どの c も、どの l より左側にあるものは何通りあるか。

31. 下図のような碁盤目の道路を A から B まで最短距離で行く。次の道順は何通りあるか。

(1) A から B まで行く。　(2) P を通る。　(3) P を通らない。

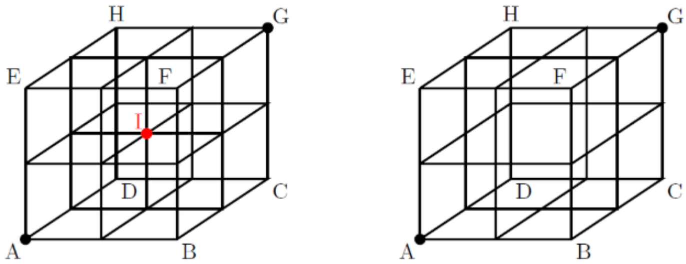
(4) P も Q も通る。　(5) P も Q も通らない。　(6) P で折禁止。

(7) 3 回以連続して右に進む。　(8) 交差点で 4 回曲がる

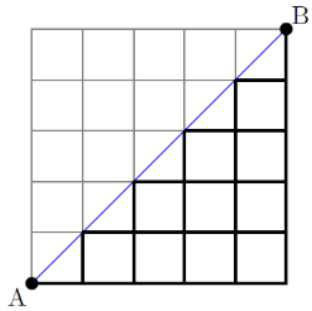


32. (1) 左下図のように、立方体 ABCD－EFGIIの表面と内部に等間隔の道を作る。このとき、頂点 A から頂点 G までの最短経路は何通りあるか。

(2) 右下図のように、立方体 ABCD－EFGIIの表面に等間隔の道を作る。このとき、頂点 A から頂点 G までの最短経路は何通りあるか。



33. 下図のような碁盤目の道路を A から B まで最短距離で行く。対角線 AB より上側の点を通らない道順は何通りあるか(AB 上の点は通ってもよい)。



34. (1) 5 個の白球と 5 個の黒球から 1 個ずっとって袋に入れていく。すべての球が袋に入るまで常に袋の中が(白球の個数)と(黒球の個数)となっているような入れ方は何通りあるか。

(2) (1)で、最初と最後を除いて(白球の個数)＞(黒球の個数)となるのは何通りあるか。

35. (1) 7 人を円形に並べる方法は何通りあるか。

(2) 異なる色の 7 個の玉で首飾りを作る方法は何通りあるか。

(3) 7 人から 4 人選んで円形に並べる方法は何通りあるか。

36. 両親 , 息子 3 人 , 娘 3 人が次のように着席するときの座り方は何通りあるか。

(1) 両親が隣り合うように 8 人全員が円形のテーブルに着席する。

(2) 男性と女性が交互になるように 8 人全員が円形のテーブルに着席する。

(3) 両親が互いに正面に向き合うように 8 人全員が円形のテーブルに着席する。

(4) 8 人のうちの 5 人が 8 人分の席がある円形のテーブルに着席する。

(5) 正方形のテーブルに各辺 2 人ずつ並んで着席する。

37. 次の玉を使って、円周上に並べる力法と首飾りの作る方法はそれぞれ何通りあるか。

(1) 黒玉 4 個 , 緑玉 2 個 , 赤玉 1 個

(2) 黒玉 6 個 , 赤玉 3 個

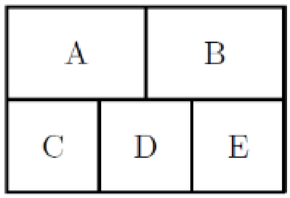
(3) 黒玉 2 個 , 緑玉 2 個 , 赤玉 2 個

38. 右下図の A , B , C , D , E の各領域を塗り分ける。隣り合った領域には異なる色を用いるとき、次の塗り分け方は何通りか。

(1) 5 色全て用いる。

(2) 4 色全て用いる。

(3) 3 色全て用いる。



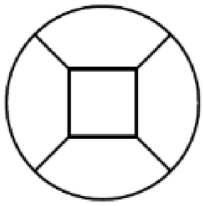
（広島修道大）

39. 右下図の各領域を次のように塗る方法は何通りあるか。隣り合う領域には異なる色を塗り、回転して同し塗り方になるものを区別しない。

(1) 5 色全て用いる。

(2) 4 色全て用いる。

(3) 3 色全て用いる。



40. 右図の 9 つの正方形を 3 色で塗るとき、次の塗り方は何通りあるか。特に断りがない限り、隣り合う領域を同し色で塗ってもよい。

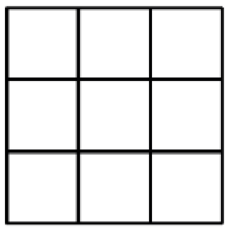
(1) すべての塗り方。

(2) どの色も 3 つの正方形を塗る。

(3) どの横の列も 3 色で塗る。

(4) どの縦の列もどの横の列も 3 色で塗る。

(5) 回転して同し塗り方になるものを区別しない。



41. 次のように立体を塗り分ける方法は何通りあるか。ただし、回転させて一致する塗り方は同し塗り方とみなす。

(1) 正四角錐の各面を異なる 5 色をすべて使って塗り分ける。

(2) 正三角柱の各面を異なる 5 色をすべて使って塗り分ける。

(3) 正四面体の各面を異なる 4 色をすべて使って塗り分ける。

(4) 正四面体の各面を異なる 4 色を使って塗り分ける(使わない色があってもよい)。

42. サイコロの 6 面を異なる 3 色を使って以下のように塗り分ける方法は何通りあるか。サイコロの向かい合う面の目の和は 7 であるとする。

(1) 使わない色があってもよい。

(2) 各色 2 面ずつ塗る。

(3) 各色 2 面ずつ塗る(特定の 1 色の面が向かい合う)。

(4) 各色 2 面ずつ塗る(特定の 1 色の面が隣り合う)。

(5) 各色 2 面ずつ塗る(同し色の面がすべて向かい合う)。

(6) 各色 2 面すつ塗る(同じ色の面がすべて隣り合う)。

43. 次のように立方体を塗り分ける方法は何通りあるか。回転させて一致する塗り方は同じ塗り方とみなす。

(1) 異なる 6 色をすべて使って塗り分ける。

(2) 異なる 5 色をすべて使って塗り分ける。

(3) 異なる 4 色をすべて使って塗り分ける(同し色の面が隣り合わない)。

(4) 異なる 3 色をすべて使って塗り分ける(同し色の面が隣り合わない)。

(5) 異なる 2 色をすべて使って塗り分ける。

44. 次のように正八面体を塗り分ける方法は何通りあるか。回転させて一致する塗り方は同じ塗り方とみなす。

(1) 6 つの頂点を異なる 6 色をすべて使って塗り分ける。

(2) 6 つの頂点を異なる 2 色をすべて使って塗り分ける。

(3) 8 つの面を異なる色をすべて使って塗り分ける。

(4) 8 つの面を異なる 2 色をすべて使って塗り分ける。

45. 赤玉 , 青玉 , 黒玉から重複を許して 5 個の玉を取り出す組合せは何通りあるか。ただし、どの色の玉も 5 個以上あり、1 個も取り出されない色の玉があってもよいとする。

46. (1) 0 から 9 の 10 踵類の数字から重複を許して 4 個を選ぶ組合せは何通りあるか。

(2) $(x+y+z)^7$ の展開式の項は何種類か。

47. 次の式を満たす整数解の組は何通りあるか。

(1) $x+y+z=8$ $(x \geqq 0, y \geqq 0, z \geqq 0)$

(2) $x+y+z=8$ $(x \geqq 1, y \geqq 1, z \geqq 1)$

(3) $x+y+z \leqq 8$ $(x \geqq 0, y \geqq 0, z \geqq 0)$ (ｪ~0.

(4) $3x+y+z=8$ $(x \geqq 0, y \geqq 0, z \geqq 0)$

(5) $x+y+z=8$ $(0 \leqq x \leqq 4, 0 \leqq y \leqq 4, 0 \leqq z \leqq 4)$

(6) $x+y+z=8$ $(x \geqq 0, y \geqq 0, z \geqq 0, x, y, z$ に奇数が含まれる$)$

(7) $xyz=400$ $(x \geqq 1, y \geqq 1, z \geqq 1)$

48. 4 桁の整数の千の位 , 百の位 , 十の位 , 一の位をそれぞれ $a, b, c, ,d$ とするとき、次の条件を満たす 1 桁の整数は何個あるか。

(1) $a > b > c > d$　　(2) $a < b < c < d$　　(3) $a \geqq b \geqq c \geqq d$

(4) $a \geqq b > c > d$　　(5) $a \geqq b > c \geqq d$　　(6) $a < b < c > d$

(7) $a \gg b \gg c \gg d$ (ここでは $a \gg b$ は $a-b \geqq 2$ を意味するものとする)

49. 異なる 9 個の玉を次のように分ける方法は何通りあるか。

(1) 3 個ずつ 3 人に分ける。

(2) 4 個 , 3 個 , 2 個の 3 組に分ける。

(3) 5 個 , 2 個 , 2 個の 3 組に分ける。

50. 異なる 6 個の玉を次のように分ける方法は何通りあるか。

(1) 2 人に分ける。ただし、0 個の人がいてもよい。

(2) 2 人に分ける。ただし、0 個の人はいないものとする。

(3) 3 人に分ける。ただし、0 個の人がいてもよい。

(4) 3 人に分ける。ただし、0 個の人はいないものとする。

(5) 2 組に分ける。ただし、0 個の組があってもよい。

(6) 2 組に分ける。ただし、0 個の組はないものとする。

(7) 3 組に分ける。ただし、0 個の組があってもよい。

(8) 3 組に分ける。ただし、0 個の組はないものとする。

51. 区別できない 6 個の玉を次のように分ける方法は何通りあるか。

(1) 3 人に分ける。ただし、0 個の人がいてもよい。

(2) 3 人に分ける。ただし、0 個の人はいないものとする。

(3) 3 組に分ける。ただし、0 個の組があってもよい。

(4) 3 組に分ける。ただし、0 個の組はないものとする。

52. (1) 2 以の自然数 n を 1 と 2 のみの和として表す方法は何通りあるか。ただし、和の順序が異なる表し方も同じ表し方とする。

(2) 2 以上の自然数 n をそれより小さい自然数の和として表す方法は何通りあるか。ただし、和の順序が異なるものは別の表し方とする。

53. 6 本の平行線とそれに直交する 6 本の平行線が、両方とも同じ間隔で並んでいる。この内の 4 本の直線で囲まれてできる四角形の中で正方形でないものの個数を求めよ。

54. 正 9 角形について以下の問いに答えよ。なお、正奇数角形では 3 本の対角線が内部の 1 点で交わることはない。

(1) 対角線の本数を求めよ。

(2) 頂点を共有する 2 本の対角線の組数を求めよ。

(3) 内部で交わる 2 本の対角線の組数を求めよ。

(4) 共有点をもたない 2 本の対角線の組数を求めよ。

(5) 内部にある対角線の交点の個数を求めよ。

55. 正 12 角形 $A_1A_2\cdots\cdots A_{12}$ の異なる 3 個の頂点を結んでできる以下の三角形の個数を求めよ。

(1) 正 12 角形と辺を共有しない三角形

(2) 二等辺三角形　(3) 直角三角形　(4) 鈍角三角形　(5) 鋭角三角形

(6) 互いに合同でない三角形 (回転や裏返して一致するものは同一のものとみなす)

56. 2 文字 A , B を用いて、B が連続しないように文字列を作成する。

(1) 文字が 2 個 , 3 個 , 4 個の列はそれぞれ何通りあるか。

(2) 文字 n 個の列の総数を a_n とするとき、a_{n+2} を a_{n+1} と a_n を用いて表せ。

(3) 左端の文字が B である文字 n 個の列の総数を b_n とするとき、b_{n+2} を b_{n+1} と b_n を用いて表せ。

57. n 人がプレゼント交換するとき、誰も自分のプレゼントをもらわない(プレゼント交換に成功する)場合の総数を M_n とする。

(1) M_1 , M_2 , M_3 , M_4 を求めよ。.

難(2) $M_n = (n-1)(M_{n-1} + M_{n-2})$ $(n \geqq 3)$ を示せ。