No2 確率

1. 無作為に玉を 1 個取り出すとき、赤玉である確率を求めよ。同じ色の玉は区別できない。

(1) 白玉 2 個と赤玉 2 個が入った箱

(2) 白玉 1 個と赤玉 3 個が入った箱

2. (1) 白玉 4 個 ，赤玉 2 個が入っている箱から 1 個取り出すという操作を 3 回繰り返す。ただし、一度取り出した玉は戻さない。3 回とも白玉を取り出す確率を求めよ。

(2) 1 から 7 の数字からなる 4 個の数字を選び. 4 桁の整数を作る。奇数である確率を求めよ。

(3) 7 個の文字 a , a , a , b , b , c , c をすべて並べて文字列を作る。両端が c となる確率を求めよ。

(4) 6 個の文字 a , a , b , b , c , c から 2 個を選んで並べて文字列を作る。同じ文字が並ぶ確率を求めよ。

(5) 1 から 5 までの数字が書かれた 5 個の玉①, ②, ③, ④, ⑤が入っている袋から 1 個ずつ取り出しながら順に並べる。この操作は、①, ②, ③がすべて取り出された時点で終了する。①, ②, ③のうち、③が一番右に並ぶ確率を求めよ。

3. (1) 1 から 9 の数字が 1 つずつ書かれたカードが 9 枚ある。この中から同時に 2 枚取り出すとき、2 枚とも奇数である確率を求めよ。

(2) 白玉 4 個 ，赤玉 3 個が入っている箱の中から 3 個同時に取り出すとき、白玉 2 個 ，赤玉 1 個である確率を求めよ。

4. (1) 白玉 1 個 ，赤玉 3 個が入っている箱の中から 1 個取り出すという操作を 2 回繰り返す。ただし 1 回目で取り出した玉は戻す。2 回とも白玉を取り出す確率を求めよ。

(2) 3 個のサイコロを同時に振るとき、出る目の和が 9 となる確率を求めよ。

5. サイコロを 2 回投げ、1 回目に出る目を a , 2 回目に出る目を b とする。

2 次方程式 $x^2 - ax + b = 0$ について、以下の問いに答えよ。

(1) 重解をもつ確率を求めよ。

(2) 異なる 2 つの実数解をもつ確率を求めよ。

(3) 解がすべて無理数となる確率を求めよ。ただし、k が平方数でなければ $\sqrt{k}$ が無理数であることを用いてもよい。

6. 白玉 6 個 ，赤玉 5 個 ，青玉 4 個が入っている袋から 4 個の玉を同時に取り出す。このとき、次の確率を求めよ.

(1) 白玉が 3 個以上含まれる確率

(2) 同じ色の玉を 2 個ずつ 2 色含む確率

7. a,b,c,d,e の 5 文字を一列に並べるとき、次の確率を求めよ。

(1) a と b が隣り合う確率

(2) a が b または c と隣り合う確率

(3) a と b が隣り合う、a と c が隣り合うのどちらか一方だけが起こる確率

(4) a,b,c のうちどの 2 文字も隣り合わない確率

8. (1) 男子 1 人と女子 2 人を円形に並べるとき、女子 2 人が隣り合う確率を求めよ。

(2) 赤玉 2 個と青玉 2 個を円形に並べるとき、同じ色の玉が隣り合わない確率を求めよ。

9. 白玉 6 個 ，赤玉 5 個 ，青玉 4 個が入っている袋から 4 個の玉を同時に取り出す。このとき、次の確率を求めよ.

(1) 白玉が 2 個以上含まれる確率

(2) 玉の色が 2 色である確率

10. サイコロを 3 回投げ、1 回目に出る目を a, 2 回目に出る目を b, 3 回目に出る目を c とするとき、$(a-b)(b-c)(c-a)=0$ となる確率を求めよ。

11. 2 個のサイコロを同時に振るとき、少なくとも 1 個は 1 の目が出るか、または少なくとも 1 個は素数の目が出る確率を求めよ。

12. A , B , C の 3 人が合格する確率がそれぞれ $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ であるとき、次の確率を求めよ。

(1) 1 人だけが合格する確率

(2) 少なくとも 1 人が合格する確率

13. m 個のサイコロを同時に振る。これを n 回繰り返すとき、

(1) 毎回.少なくとも 1 個のサイコロに 1 の目が出る確率を求めよ。

(2) n 回のうち少なくとも 1 回 ,m 個のサイコロに同時に 1 の目が出る確率を求めよ。

14. サイコロを 5 回振るとき、次の確率を求めよ。

(1) 3 の倍数の目がちょうど 3 回出る確率

(2) 3 の倍数の目が 2 回以上出る確率

15. 白玉 3 個 ，赤玉 2 個 ，緑玉 1 個の合計 6 個の玉が入った袋から 1 個取り出して元に戻すことを 6 回繰り返す。取り出した玉が白玉ならば 2 点 ，赤玉ならば 1 点もらえ、緑玉ならば 1 点失うとき、6 回の合計得点が 4 点になる確率を求めよ。

16. A , B の 2 人が試合をして、先に 3 勝したほうを優勝とする。1 回の試合で A が勝つ確率が $\frac{1}{3}$ であるとき、次の確率を求めよ。

(1) 3 回の試合で優勝が決まる確率

(2) A が優勝する確率

17. A , B の 2 人が試合をして、先に 3 連勝したほうを優勝とする。1 回の試合で A が勝つ確率が $\frac{1}{3}$ であるとき、次の確率を求めよ。

(1) 4 回の試合で優勝が決まる確率

(2) 7 回の試合で A が優勝する確率

18. 1 回の試合で A が勝つ確率が $\frac{1}{3}$ であるとき、次の確率を求めよ。

(1) A が 1 勝した時点で終了するとき、n 回以内の試合で終了する確率

(2) A が 3 勝した時点で終了するとき、n 回以内の試合で終了する確率

19. A , B の 2 人が繰り返し試合をして、先に 2 勝リードしたほうを優勝とする。1 回の試合で A が勝つ確率が $\frac{1}{3}$ であるとき、次の確率を求めよ。

(1) ちょうど 5 回の試合で優勝が決まる確率

(2) ちょうど 6 回の試合で優勝が決まる確率

(3) ちょうど n 回の試合で A の優勝が決まる確率

(4) $2m$ 回以下の試合で A の優勝が決まる確率 (数 B)

(5) A が優勝する確率 (数Ⅲ)

20. A , B の 2 人が繰り返し試合をして、先に 3 勝リードしたほうを優勝とする。1 回の試合で A が勝つ確率が $\frac{1}{3}$ であるとき、次の確率を求めよ。

(1) ちょうど 6 回の試合で A の優勝が決まる確率

(2) ちょうど 7 回の試合で A の優勝が決まる確誓

21. 原点を出発点とし、x 軸上を動く点 A がある。サイコロを 1 回振って 3 以上の目が出ると正の向きに 1 進み、2 以下の目が出ると負の向きに 1 進む。サイコロを 6 回振るとき、次の確率を求めよ。(4)は条件付き確率の既習が前提である。

(1) 点 A が 6 回目に $x = 5$ にいる確率

(2) 点 A が 6 回目に $x ≦ 2$ にいる確率

(3) 点 A が 2 回目に原点に戻り、かつ 6 回目に原点に戻る確率

(4) 点 A が 6 回目に原点に戻ったとき、2 回目にも原点に戻っていた確率

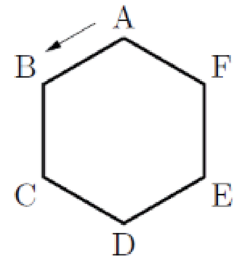
(5) 点 A が途中で少なくとも 1 回原点に戻り、かつ 6 回目にも原点に戻る確率

22. 動点 P が正六角形 ABCDEF の頂点を、頂点 A を出発点として
サイコロを振って出た目の数だけ反時計回りに移動する操作を 3 回
繰り返すとき、次の確率を求めよ。

(1) 点 P が頂点 A にいる確率

(2) 点 P が初めて頂点 A にいる確率

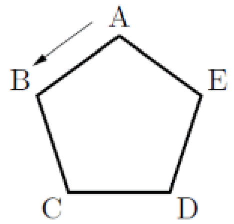
(3) 点 P がちょうど 2 回頂点 A に止まる確率



23. 動点 P が正五角形 ABCDE の頂点上を、頂点を出発点として
サイコロを振って出た目の数だけ反時計回りに移動する操作を
3 回繰り返すとき、次の確率を求めよ。

(1) 点 P が頂点 A にいる確率

(2) 点 P が初めて頂点 A にいる確率



24. 図のような格子状の道路があり、A 点から B 点へ最短距離で移動するものとする。このとき、(1)～(4)の確率を、[1]と[2]のそれぞれの条件のもとで求めよ。

[1] コイン一枚を投げて、表が出たら上に 1 区画，裏が出たらに 1 区画進む。
ただし、一方向しか進めない場合はその方向に確率 1 で進む。

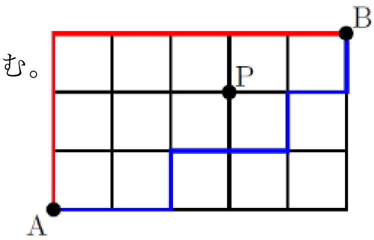
[2] A から B までの最短経路を等確率で一つ選んで進む。

(1) 赤線のルートで移動する確率

(2) 青線のルートで移動する確率

(3) 点 P を通る確率

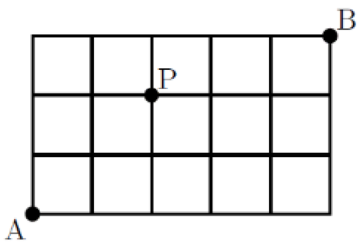
(4) S 君と T 君がそれぞれ B 点，A 点に向かうとき、S 君と T 君が途中で出会う確率



25. 図のような格子状の道路があり、A 点から B 点へ最短距離で移動するものとする。コイン 1 枚を投げて、表が出たら上に 1 区画，裏が出たら右に 1 区画進む。ただし、その方向に進めない場合は交差点に留まるものとする。

(1) コインを 8 回投げて、P 点を経由して B 点に到達する確率を求めよ。

(2) コインをちょうど 10 回投げて、P 点を経由して B 点に到達する確率を求めよ。



26. 箱の中に 1 番から N 番までの番号札が 1 枚ずつ合計 N 枚入っている。この箱から同時に 4 枚の番号札を取り出す。この 4 枚の札の中で、最小の番号が 3 である確率を P_N とする。ただし、$N \geqq 6$ とする。

(1) P_N を求めよ.

(2) P_N を最大にする N とその最大値を求めよ。 （宮城教育大）

27. サイコロを 50 回投げるとき、1 の目が何回出る確率が最大となるか。

28. n を自然数とする。毎回 $\frac{1}{n}$ の確率で当たるくじを n 回引く。

(1) n 回すべてはずれる確率を P_n とするとき、$\lim_{n\to\infty} P_n$ を求めよ (数III)。

(2) $n \geqq 5$ とする。ちょうど 5 回当たる確率を Q_n とするとき、$\lim_{n\to\infty} Q_n$ を求めよ (数III)。

29. 男女合計 40 人の生徒に理系か文系かを尋ねたところ、下表のようになった。

(1) 40 人から無作為に 1 人選ぶとき、その人が理系の男子である確率を求めよ。

(2) 40 人から無作為に 1 人選んだとき、その人は男子であった。この人か理系である確率を求めよ。

	男子	女子	合計
理系	14	7	21
文系	8	11	19
合計	22	18	40

30. それぞれ 1 から 5 までの数字が書かれた 5 個の玉が入った袋から、 1 個ずつ順に玉を取り出す。ただし、一度取り出した玉は元に戻さない。

(1) 1 個目の数字が奇数であったとき、2 個目の数字が奇数である確率を求めよ。

(2) 1 個目の数字も 2 個目の数字も奇数である確率を求めよ。

(3) 2 個目の数字が奇数である確率を求めよ。

(4) 2 個目の数字が奇数であったとき、1 個目の数字が奇数である確率を求めよ。

(5) 1 個目の数字よりも 2 個目の数字が大きかったとき、2 個目の数字が奇数である確率を求めよ。

31. (1) 白玉 3 個 , 赤玉 2 個が入った袋から 2 個同時に取り出す。少なくとも 1 個が白玉であったとき、もう 1 個も白玉である確率を求めよ。

(2) 3 つのサイコロを同時に投げ、そのうち少なくとも 1 つが 1 の目であったとき、すべて異なる目が出る確率を求めよ。

32. ある製品の 50 %は工場 A , 30 %は工場 B , 20 %は工場 C で製造されており、工場 A , B , C の製品にはそれぞれ 3 %, 4 %, 5 %の不良品が含まれる。この製品の中から撫作為に 1 つ選んで調べたところ、不良品であった。それが工場 A の製品である確率を求めよ。

33. 真実を述べる確率がそれぞれ $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ である 3 人 A , B , C がいる。振られた 1 個のサイコロについて「1 の目が出たか」を尋ねたところ、 A と B は「Yes」, C は「No」と答えた。実際に 1 の目が出ていた確率を求めよ。

34. 5 回に 1 回の割合で帽子を忘れるくせのある K が、正月に A, B, C 3 軒をこの順に年始回りをして家に帰ったとき、帽子を忘れてきたことに気がついた。2 番目の家 B に忘れてきた確率を求めよ。

（早稲田大）

35. 癌検査の正確さが 98%であるとする。つまり、癌にかかっている人がこの検査を受けた場合に陽性と出る確率が 98 %であり、癌にかかっていない人が受けた場合には 98%の確率で陰性と出る。以下の 2 つの集団について、その集団内の 1 人がこの検査を受けて結果が陽性であったとき、この人が癌にかかっている確率を求めよ。

(1) 実際に癌にかかっている人の割合が 0.5 %である集団

(2) 実際に癌にかかっている人の割合が 20 %である集団

36. 当たりくじ 3 本 ，はずれくじ 7 本が入った袋の中から A , B , C , D , E の 5 人が順に 1 本すつ引くとき、以下の確率を求めよ。ただし、一度引いたくしは戻さないものとする。

(1) A , B がともに当たる確率

(2) B が当たる確率

(3) D が 2 人目に当たる確率

(4) 2 人当たった場合その時点で試行を終了するとき、E が引く前に終了する確率

(5) 5 人のうち少なくとも 2 人が当たったとき、C と E が当たる確率

37. 両面が赤のカードが 2 枚 ，片面が赤でもう片面が青のカードが 3 枚 ，両面が青のカードが 1 枚入った箱の中から、1 枚のカードを無作為に取り出して帆の上に置く。さらにもう 1 枚のカードを無作為に取り出して 1 枚目のカードの横に置く。見えている面を表とするとき、以下の確率を求めよ。

(1) 1 枚目のカードの表が赤である確率

(2) 2 枚目のカードの表が赤である確率

(3) 1 枚目のカードの表が赤であったとき、そのカードの裏も赤である確率

(4) 1 枚目のカードの表が赤で、かつ 2 枚目のカードの表が青であったとき、1 枚目のカードの裏が赤である確率

38. サイコロを 1 回振る。事象 A と事象 B が互いに独立か従属かを調べよ。

(1) A：「3 の倍数のIIが出る」, B：「4 以上の目が出る」

(2) A：「2 の倍数のIIが出る」, B：「4 以上の目が出る」

39. 2 つの事象 A, B が独立であるとする。

(1) A と$\bar{B}$召も独立であることを示せ。

(2) $\bar{A}$と$\bar{B}$も独立であることを示せ。

40. 1 回投げて表が出る確率が p $(0 < p < 1)$ であるコインを 3 回投げる。

A：「裏が 2 回以上出る」 , B：「3 回とも同じ面が出る」

事象 A , B が独立となるような p の値を求めよ。

41. n を 3 以上の自然数とする。

(1) サイコロを n 回振るとき、出る目の数が 1 種類になる確率を求めよ。

(2) サイコロを n 回振るとき、出る目の数が 2 種類になる確率を求めよ。

(3) サイコロを n 回振るとき、出る目の数が 3 種類になる確率を求めよ。

42. (1) サイコロを 6 回振るとき、出る目の数が 6 種類になる確率を求めよ。

(2) サイコロを 6 回振るとき、出る目の数が 5 種類になる確率を求めよ。

(3) サイコロを 6 回振るとき、出る目の数が 4 種類になる確率を求めよ。

43. n を自然数とする。1 つのサイコロを n 回振るとき、出る目の積を X とする。

(1) X が素数となる確率を求めよ。

(2) X が 6 となる確率を求めよ。

(3) X が 12 となる確率を求めよ。

44. n を自然数とする。1 つのサイコロを n 回振るとき、出る目の積を X とする。

(1) X が偶数となる確率を求めよ。

(2) X が 3 の倍数となる確率を求めよ。

(3) X が 4 の倍数となる確率を求めよ。

(4) X が 6 の倍数となる確率を求めよ。

(5) X が 12 の倍数となる確率を求めよ。

45. サイコロを n 回振るとき、出る目の最大値を X , 最小値を Y とする。

(1) $X = 6$ となる確率を求めよ。

(2) $X = 5$ となる確率を求めよ。

(3) $Y = 3$ となる確率を求めよ。

(4) $X = 5$ かつ $Y = 3$ となる確率を求めよ。

(5) $X - Y = 2$ となる確率を求めよ。

46. 1 個のサイコロを繰り返し振り、出た目の和が 4 以上になった時点で終了するとき、振る回数 X の期待値 $E(X)$を求めよ。

47. 1 辺の長さ 1 の正六角形 ABCDEF の 6 個の頂点からなる 3 点を同時に選ぶ。その 3 点を頂点とする三角形の面積の期待値を求めよ。

48. 1 から 10 までの数が 1 つずつ書かれた 10 本のくしがあり、連続する 2 つの数の 2 本が当たりである。ただし、10 と 1 は連続しているとする。当たりくし 1 本の賞金は 1 万円である。このくしを 3 本引くとして、次の 2 通りの引き方のどちらが有利かを期待金額で判定せよ。

[1] 無作為に 3 本のくじを引く。　[2] 数字が連続する 3 本のくじを引く。

49. 互角の能力を持つ A, B が勝負し、先に 3 回勝った方に賞金 100 万円が与えられるというゲームをする。しかし、A が 2 勝 , B が 1 勝した時点で.ゲームを中断せざるを得なくなった。このとき、A と B にいくらずつ賞金を分配するのが公平か。

50. 1 つのサイコロを振り、最後に出た目の数を得点とする。

(1) 1 回だけ振り直せるとき、 2 回目を振るかをどのように決めるべきか。

(2) 2 回振り直せるとき、2 回目と 3 回目を振るかをどのように決めるべきか。

51. 1 つのサイコロを 2 回振るとき、1 回目に出る目を X , 2 回目に出る目を Y とする。

(1) $2\mathrm{X}-1$ の期待値 $E(2\mathrm{X}-1)$ を求めよ。

(2) X + Y の期待値 E(X+Y)を求めよ。

(3) $(X+Y)^2$ の期待値$E((X+Y)^2)$ を求めよ。

52. 1 から 9 までの数字が 1 つずつ書かれている 9 個の玉がある。この中から無作為に 3 個選んで並べてできる 3 桁の数字の期待値を求めよ。

53. 点 P は、原点を出発点として、x 軸上をサイコロを 1 回投げて 1 , 2 , 3 , 4 の目が出たときは正方向に 2 進み、5 , 6 の目が出たときは負方向に 1 進む。サイコロを 3 回投げるとき、点 P の x 座標の期待値を求めよ。

54. 自玉 5 個 , 赤玉 4 個が入った袋から同時に 3 個の玉を取り出すとき、白玉が出る個数 X の期待値 E(X)を求めよ。

55. 1 , 2 , 3 から重複を許して順に 6 個の数字を選んで左から一列に並べるとき、「123」と並ぶ部分の個数 X の期待値 E(X)を求めよ.

56. 白玉 , 赤玉 , 青玉がそれぞれ 2 個ずつ入った袋から同時に 3 個の玉を取り出すとき、色の種類の数 X の期待値 E(X)を求めよ.

57. 1 から 4 までの数字が 1 つずつ書かれた 4 個の玉が入っている袋の中から玉を 1 個ずつ取り出し、左から順に一列に並べる。4 個すべて取り出したとき、書かれた数字が左からの順序と一致する玉の個数 X の期待値 E(X)を求めよ。

58. (1) サイコロを 3 回振るとき、1 の目が出る回数 X の期待値 E(X)を求めよ。

(2) サイコロを n 回振るとき、1 の目が出る回数 X の期待値 E(X)を求めよ。

必要ならば、$k{}_{n}\mathrm{C}_{k} = n{}_{n-1}\mathrm{C}_{k-1}$ $(1 \leqq k \leqq n)$を用いてもよい。

(3) 点 P は、原点を出発点として、x 軸上をサイコロを 1 回振って一の目が出たときは正方向に 2 進み、1 以外の目が出たときは負方向に 1 進む。サイコロを n 回投げたときの点 P の x 座標 X の期待値 E(X)を求めよ。

(4) n 個のサイコロを同時に振り、k 個のサイコロで 1 の目が出ると 2^k 点がもらえるとき、得点 X の期待値 E(X)を求めよ。

59. 1 から n までの数字が 1 つずつ書いてある玉が n 個入っている袋から同時に 3 個の玉を選び、最大の数字を X , 最小の数字を Y とする。

(1) $n = 5$ のとき、X の期待値 E(X)を求めよ。

(2) $n \geqq 3$ のとき、X , Y , X − Y の期待値 E(X) , E(Y) , E(X − Y) を求めよ(数 B)。

60. 1 から n までの数字が 1 つずつ書いてある玉が n 個入っている袋から 1 個の玉を選び、数字を確認してから元に戻すことを繰り返す。確認した中で最大の数字を X とする。

(1) 3 回繰り返すとき、X の期待値 E(X)を求めよ(数 B)。

(2) r 回繰り返すときの X の期待値 E(X)に対して、$\displaystyle \lim_{n\to\infty} \frac{\mathrm{E(X)}}{n}$ を求めよ(数III)。

61. 1 個のサイコロを繰り返し振るとき、以下の条件における振る回数の期待値を求めよ。

(1) 1 の目が出るか、n 回振った時点で終了する(数 B)。

(2) 1 の目が出た時点で終了する(数III)　($0 < r < 1$ のとき $\displaystyle \lim_{n\to\infty} nr^n = 0$)。

62. 4 人でじゃんけんを 1 回行うとき、あいこになる確率を求めよ。

63. n 人($n \geqq 3$) でじゃんけんを 1 回行うとき、次の問いに答えよ。

(1) あいこになる確率を求めよ。

(2) 勝つ人数 X の期待値 E(X)を求めよ。

必要ならば、$k{}_{n}\mathrm{C}_{k} = n{}_{n-1}\mathrm{C}_{k-1}$ $(1 \leqq k \leqq n)$を用いてもよい。

64. 4 人がじゃんけんをして、勝者が 1 人になるまで繰り返す。負けた人は次の回からは参加せず、あいこは 1 回と数えるものとする。

(1) 1 回目で勝者が決まる確率を求めよ。

(2) 2 回目で勝者が決まる確率を求めよ。

65. 3 人がじゃんけんをして、勝者が 1 人になるまで繰り返す。負けた人は次の回からは参加せず、あいこは 1 回と数えるものとする。

(1) n 回目で勝者が決まる確率を求めよ。

(2) n 回目までに勝者が決まる確率を求めよ。

66. 5 チームがリーグ戦を行う。ただし、各試合で両チームが勝つ確率はすべて $\frac{1}{2}$ である。

(1) 総試合数を求めよ。

(2) 4 勝するチームが現れる確率を求めよ。

(3) 4 勝するチームと 4 敗するチームが両方現れる確率を求めよ。

(4) 5 チームの勝利数がすべて異なる確率を求めよ。

(5) ちょうど 3 チームが 3 勝 1 敗となる確率を求めよ。

67. 8 人の選手 A ~ H が抽選して組まれる下図のようなトーナメント戦を行って優勝者を決める。ただし、各試合で両選手が勝つ確率はすべて $\frac{1}{2}$ である。

(1) 総試合数を求めよ。

(2) 本質的に異なる 1 回戦の組合せは何通りあるか。

(3) 互いに 1 回戦で対戦しないシード選手が 4 人いるとき、本質的に異なる 1 回戦の組合せは何通りあるか。

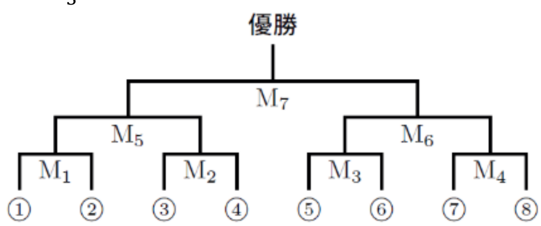
(4) A または B が優勝する確率を求めよ。

(5) 一回戦で A と B が対戦する確率を求めよ。

(6) 決勝戦で A と B が対戦する確率を求めよ。

(7) A と B が対戦しない確率を求めよ。

(8) H だけ勝つ確率が $\frac{2}{3}$ であるとき、A が優勝する確率を求めよ。



68. 互角の能力を持つ 3 人の選手 A , B , C が以下のような巴戦を行って優勝者を決める。

[1] 最初に A と B が対戦する。

[2] その後は直前の対戦の勝者と待機していた者が対戦することを繰り返す。

[3] 先に 2 連勝した者を優勝者とし、そこで終了する。

(1) 6 回目の対戦までに A , B , C が優勝する確率をそれぞれ求めよ。

(2) A , B , C が優勝する確率をそれぞれ求めよ (数III)。

69. 袋 A には白玉 2 個, 赤玉 1 個, 袋 B には白玉 3 個が入っている。袋 A と袋 B からそれぞれ 1 個の玉を無作為に取り出して入れ替えることを n 回繰り返したとき、袋 A の中に赤玉が入っている確率を求めよ。

70. 袋の中に 1 から 5 までの数字が 1 つずつ書かれた 5 個の玉が入っている。この中から無作為に 1 個の玉を取り出し書かれている数字を記録してから袋の中に戻すという操作を n 回繰り返したとき、記録した数字の和が奇数となる確率を求めよ。

71. A と B の 2 人が、1 個のサイコロを次の手順により投げ合う。

1 回目は A が投げる。

1 , 2 , 3 の目が出たら、次の回には同じ人が投げる。

4 , 5 の目が出たら、次の回には別の人が投げる。

6 の目が出たら、投げた人を勝ちとし、それ以降は投げない。

(1) n 回目に A がサイコロを投げる確率 a_n を求めよ。

(2) ちょうど n 回目のサイコロ投げで A が勝つ確率 p_n を求めよ。

(3) n 回以内のサイコロ投げで A が勝つ確率 q_n を求めよ。（一橋大）

72. 袋の中に 1 から 5 までの数字が 1 つずつ書かれた 5 個の玉が入っている。この中から無作為に 1 個の玉を取り出し書かれている数字を記録してから袋の中に戻すという操作を n 回繰り返したとき、記録した数字の和が 3 の倍数となる確率を求めよ。

73. 正三角形 ABC の各頂点を移動する動点 P がある。動点 P は、1 秒ごとに $\frac{1}{2}$ の確率でその頂点に留まり、それぞれ $\frac{1}{4}$ の確率で他の 2 頂点のいずれかに移動する。動点 P が最初に頂点 A にいるとき、n 秒後に動点 P が頂点 A にいる確率を求めよ。

74. 3 つの箱 A , B , C があり、最初は箱 A に赤玉 , 箱 B に白玉 , 箱 C に白玉が 1 個ずつ入っている。1 個のコインを投げて表が出ると箱 A と箱 B の玉を交換し、裏が出ると箱 B と箱 C の玉を交換するという試行を n 回繰り返したとき、3 つの箱 A , B , C に赤玉が入っている確率をそれぞれ求めよ。

75. 正方形 ABCD があり、この順を正の向き, 逆を負の向きとする。最初頂点 A にある動点 P は 1 秒ごとに次の頂点に移る。正の向きに次の頂点に移る確率は $\frac{2}{3}$,逆の負の向きに次の頂点に移る確率は $\frac{1}{3}$ とするとき、n 秒後に動点 P が頂点 A , B , C , D にある確率をそれぞれ求めよ。

76. 片面が自色, もう片面が黒色のカードが 3 枚あり、3 枚とも自色の面を表にして横一列に並べてある。3 枚のうちから 1 枚を無作為に選んで裏返すという操作を n 回繰り返したとき、ちょうど 1 枚のカードだけ黒色の面が表になっている確率 p_n を求めよ。

77. 正三角形 ABC があり、この順を正の向き, 逆を負の向きとする。最初頂点 A にある動点 P が、1 秒ごとに $\frac{1}{6}$ の確率でその頂点に留まり、$\frac{2}{3}$ の確率で正の向きに次の頂点に移り、$\frac{1}{6}$ の確率で負の向きに次の頂点に移るとき、n 秒後に動点 P が頂点 A にある確率を求めよ。

78. 壷の中に赤玉が 2 個, 青玉が 1 個入っている。壷の中から玉を 1 個取り出して元に戻し、さらにそれと同じ色の玉を壷の中に 1 個追加するという試行を繰り返す。n 回目に取り出す玉が赤玉である確率を p_n, n 回の試行の後に壷の中の青玉の個数が k 個である確率を $q_n(k)$とする。

(1) p_1 , p_2 , p_3 を求めよ。

(2) p_n を求めよ。

(3) $q_1(1)$, $q_1(2)$, $q_2(1)$, $q_2(2)$, $q_2(3)$ を求めよ。

(4) $q_n(1)$, $q_n(2)$, $q_n(1)$ を求めよ.

(5) $q_n(k)$ $(1 \leqq k \leqq n+1)$ を求めよ。

(6) n 回の試行の後の壷の中の青玉の個数 X の期待値 E(X)を求めよ。

79. x 軸上を動く点 P があり、最初原点の位置にある。1 個のサイコロを繰り返し振り、4 以下の目が出ると正の向きの 1 進み、5 または 6 の目が出ると正の向きに 2 進むとき、占 P が $x = n$ に止まる確率 p_n を求めよ。ただし、n は自然数とする。

80. A と書かれたカードが 2 枚 , B と書かれたカードが 1 枚入った袋の中から 1 枚取り出して元に戻すことを n 回繰り返す。

(1) A が 2 回連続して出ない確率 p_n を求めよ。

(2) n 回目に初めて A が 2 回連続して出る確率を求めよ。

81. 表の出る確率が p のコインがあり、1 回投げて表が出ると 1 万円もらえ、裏が出ると 1 万円失うという賭けがある。最初の所持金 n 万円で賭けを始め、破産するか所持金が N 万円になるまで続けるとき、破産する確率を求めよ。ただし、 $1 \leqq n \leqq N-1$とする。