

No3 不定方程式

1. (1) $2x^2 - 3x + y - 9 = 0$ を満たす自然数 x, y の組を全て求めよ。
(2) $x + 2y + 3z = 10$ を満たす自然数 x, y, z の組を求めよ。
(3) $x^2 + 2xy + 3y^2 = 10$ を満たす整数 x, y の組を求めよ。
2. (1) $x^2 = y^2 + 24$ を満たす自然数 x, y の組を全て求めよ。
(2) $x^3 + xy - 2x - 5 = 0$ を満たす整数 x, y の組を求めよ。
(3) $x^2 + xy - x + y - 8 = 0$ を満たす自然数 x, y の組を求めよ。
(4) $x^3 + xy - 2y - 9 = 0$ 自然を満たす整数 x, y の組を全て求めよ。
(5) $x^2 + 4x - y^2 + 2y - 2 = 0$ を満たす自然数 x, y の組を求めよ。
3. (1) $xy - 2x - 3y + 2 = 0$ を満たす自然数 x, y の組を全て求めよ。
(2) $3xy - x + y - 7 = 0$ を満たす負でない整数 x, y の組を求めよ。
4. (1) $\sqrt{10 - x^2}$ が整数となるとき、その整数と自然数 x を求めよ。
(2) $\sqrt{x^2 - 12}$ が整数となるとき、その整数と自然数 x を求めよ。
(3) $\sqrt{x^2 + 5x}$ が整数となるとき、その整数と自然数 x を求めよ。
5. (1) $5x^2 + 2xy + y^2 - 12x + 4y + 11 = 0$ を満たす整数 x, y の組を全て求めよ。
(2) $x^2 - 2xy - 3y^2 + 4x + 12y - 17 = 0$ を満たす整数 x, y の組を求めよ。
6. (1) $x + y + z = xyz$ を満たす自然数 x, y, z の組を全て求めよ。
(2) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{3}{2}$ を満たす自然数 x, y, z の組を求めよ。
7. $\frac{1}{x} + \frac{1}{2y} + \frac{1}{3z} = \frac{4}{3}$ を満たす自然数 x, y, z の組を求めよ。
8. (2) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} > 1, 1 < x < y < z$ を満たす整数 x, y, z の組を求めよ。

(2) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} < 1, x \leq y \leq z$ を満たす自然数 x, y, z の組のうち、 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ の値が最大になるものを求めよ。また、そのときの最大値を求めよ。

9. (1) $\frac{15x+1}{3x-2}$ が整数となるような x を求めよ。
(2) $\frac{4x}{x^2+2x+2}$ が整数となるような x を求めよ。 (東北学院大)

10. 2 次方程式 $x^2 - mx + m - 4 = 0$ が整数解をもつような整数 m を求めよ。

11. (1) $x^3 + (a+1)x^2 + 3ax + 2a = 0$ が異なる 3 つの整数解をもつような整数 a の値を求めよ。
(2) $x^3 - px^2 + 11x - q = 0$ が 3 つの連続する正の整数解をもつ。このとき、定数 p, q の値を求めよ。 (早稲田大)
(3) $x^3 + mx^2 + (m-2)x - 5 = 0$ が正の整数解をもつような整数 m の値を求めよ。
(4) k は整数であり、 $x^3 - 13x + k = 0$ が異なる 3 つの整数解をもつ。 k とこれらの整数解をすべて求めよ。 (一橋大)

12. (1) $3x - 5y = 1$ の整数解を求めよ。
(2) $49x + 24y = 19$ の整数解を求めよ。
(3) $3x + 2y = 10$ の整数解を求めよ。

13. (1) $x^3 + y^3 = 91$ を満たす整数 x, y の組を求めよ。 (明治大)
(2) $x^3 - y^3 = 217$ を満たす整数 x, y の組を求めよ。 (京都大)
(3) $x^3 - y^3 = 117$ を満たす整数 x, y の組を求めよ。

14. (1) $x^2 = 2^y + 1$ を満たす自然数 x, y の組を求めよ。 (明治大)
(2) $x^3 = 3^y - 1$ を満たす自然数 x, y の組を求めよ。

15. 自然数 m, n が $3^m - 2^n = 1, m > 1, n > 1$ を満たしている。
(1) m は偶数であることを示せ。
(2) $3^m - 2^n = 1$ を満たす m, n の組を求めよ。

16. p を 2 とは異なる素数とする。 $m^2 = n^2 + p^2$ を満たす自然数の組 (m, n) がただ 1 組存在することを証明せよ。 (静岡大)

17. p, q, r を $p < q < r$ である素数とする。
(1) 等式 $r = q^2 - p^2$ を満たす p, q, r の組 (p, q, r) をすべて求めよ。
(2) 等式 $r = p^2 q^2 - 1$ を満たす p, q, r は存在しないことを示せ。 (同志社大)

18. $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{p}$ ($m \geq n$) を満たす自然数 m, n のと素数 p を求めよ。

19. $m^3 + n^3 = p$ を満たす自然数 m, n のと素数 p を求めよ。