No2 漸化式

1. 次の漸化式で定義される数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 3\,, a_{n+1} - a_n - 2 = 0$

(2) $a_1 = 2\,, a_{n+1} + a_n = 0$

(3) $a_1 = 1\,, a_{n+1} - a_n - 2n + 3 = 0$

(4) $a_1 = 3\,, a_{n+1}a_n - 2a_{n+1} + 2a_n = 0$

2. 次の漸化式で定義される数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。

$a_1 = 5\,, a_{n+1} = 3a_n + 4$

3. 次の漸化式で定義される数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 1\,, a_{n+1} = 2a_n + 3n - 1$

(2) $a_1 = 2\,, a_{n+1} = 2a_n + n^2 - 2n - 3$

4. 次の漸化式で定義される数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。

$a_1 = 5\,, a_{n+1} = 2a_n + 3^n$

5. 次の漸化式で定義される数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。

$a_1 = 36\,, a_{n+1} = 2a_n + 2^{n+3}n - 17 \cdot 2^{n+1}$

（金沢大）

6. 次の漸化式で定義される数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 1\,, a_{n+1} = na_n$

(2) $a_1 = 1\,, na_{n+1} = 2(n+1)a_n$

7. 次の漸化式で定義される数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 2\,, na_{n+1} = (n+1)a_n + 1$

(2) $a_1 = 2\,, na_{n+1} = (n+2)a_n + 1$

(3) $a_1 = 1\,, a_{n+1} = (n+1)a_n + n$

8. 次の漸化式で定義される数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。

$a_1 = 2\,, a_{n+1}a_n = 2\sqrt{a_n}$

9. 数列$\{a_n\}$の初項から第 n 項までの和を S_n とする。次の式が成り立つとき、一般項 a_n を求めよ。

(1) $S_n = 3a_n - 2n$　　(2) $S_1 = 1\,, S_{n+1} - 3S_n = 2^{n+1} - 1$　　（琉球大）

10. 次の漸化式で定義される数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。

$$a_1 = 2\,,a_{n+1} = \frac{2a_n}{3a_n+4}$$

11. 次の漸化式で定義される数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 8\,,a_{n+1} = \frac{a_n-9}{a_n-5}$　　(2) $a_1 = 1\,,a_{n+1} = \frac{3a_n+6}{a_n+4}$

12. 次の漸化式で定義される数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 1\,,a_2 = 3\,,a_{n+2} - a_{n+1} - 8a_n = 0$

(2) $a_1 = 2\,,a_2 = 7\,,a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n = 0$

(3) $a_1 = 1\,,a_2 = 5\,,a_{n+2} - 6a_{n+1} + 9a_n = 0$

13. 次の漸化式で定義される数列$\{a_n\}$, $\{b_n\}$の一般項を求めよ。

(1) $a_1 = 5, b_1 = 2$, $\begin{cases} a_{n+1} = 4a_n + 2b_n \\ b_{n+1} = 2a_n + 4b_n \end{cases}$

(2) $a_1 = 1\,, b_1 = 2$, $\begin{cases} a_{n+1} = 2a_n + b_n \\ b_{n+1} = 4a_n - b_n \end{cases}$

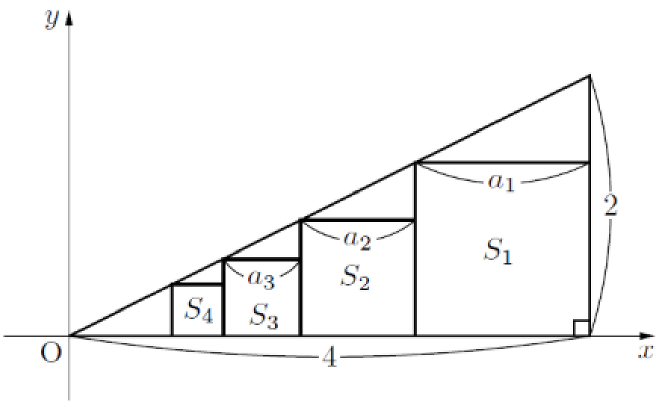
14. 次の漸化式で定義される数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。

$a_1 = 2\,,a_2 = 3\,,a_{n+2} = 5a_n + 4$

15. 次の漸化式で定義される数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ。

$a_1 = 7\,,a_{n+1} = \frac{4a_n-9}{a_n-2}$　　（東京理科大）

16. 3 点 O (0 , 0) , A (4 , 0) , B (4 , 2)を点とする直角三角形の中に、下図のように順に正方形を内接させていき、n 個目にできる正方形の 1 辺の長さと面con積を a_n ,S_n とする。このとき、数列 $\{a_n\}$ が満たす漸化式を作成し、a_n を求めよ。また、$S_1 + S_2 + \cdots + S_n$ を求めよ。



17. (1) 平面上に、どの 2 本も互いに平行でなく、どの 3 本も 1 点で交わることがないように n 本の直線を引くとき、平面は何個の領域に分割されるか。

(2) 平面上に、どの 2 個も互いに 2 点で交わり、どの 3 個も 1 点で交わることがないように n 個の円を書くとき、平面は何個の領域に分割されるか。

18. 中心$(0\,,1)$，半径 1 の円を C_0，中心$(2\,,1)$，半径 1 の円を C_1 とする。C_0 と C_n と x 軸に囲まれた部分にある C_0 と C_n と x 軸に接する円を順に C_{n+1} と定めていくとき、C_n の半径 r_n を n を用いて表せ。

19. 中心$(0\,,1)$，半径 1 の円を C_1，中心$(2\,,1)$，半径 1 の円を C_2 とする。C_n と C_{n+1} と x 軸に囲よれた部分にある C_n と C_{n+1} と x 軸に接する円を順に C_{n+2} と定めていくとき、C_n の半径 r_n を n を用いて表せ。.

20. $x^3-5x^2+3x+1=0$ の解を $\alpha\,,\beta\,,\gamma$ とするとき、$\alpha^5+\beta^5+\gamma^5$ の値を求めよ。

21. n を自然数とし、数列$\{a_n\}$を $a_1=1\,,a_2=1\,,a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ で定める。

(1) 一般項 a_n を求めよ。

(2) m を自然数とするとき、a_{4m} は 3 の倍数であることを示せ。

(3) a_n と a_{n+1} が互いに素であることを示せ。

(4) $a_1+a_2+\cdots+a_n=a_{n+2}-1$が成り立つことを示せ。

(5) $a_na_{n+2}-{a_{n+1}}^2=(-1)^{n+1}$ が成り立つことを示せ。

(6) $\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$ を求めよ。　（数Ⅲ）

22. (1) $a_n=\frac{1}{\sqrt{5}}\left\{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right\}$ とするとき、$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ が成り立つことを示せ。

(2) 数列$\{a_n\}$が $a_na_{n+2}-{a_{n+1}}^2=(-1)^{n+1}$ により定まるとき、$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ が成り立つことを示せ。