

1962 年

神戸大学 数学入試問題

◆ 必須

1. 不等式 $\sqrt{3-x} > x-2$ を解け。

2. ある学校で文化祭が行われた。その日、講堂で、午前は音楽会、午後は劇、夜は映画の催しがあり、その入場者は第一表のとおりであった。この日の来会者全体 876 人のひとりひとりについて、この催しものの入場料に使った金額を調べたら、第二表のような表を得た。第二表の x, y, z に相当する人数を求めよ。

		入場料	入場者数	入場料総収入
第一表	音楽会	50 円	318	15,900 円
	劇	150 円	465	69,750 円
	映画	100 円	420	42,000 円

	入場料に使った金額	左の金額を使った人の人数
第二表	0 円	47
	50 円	121
	100 円	218
	150 円	193
	200 円	x
	250 円	y
	300 円	z

3. p, q, r は有理数で、 $px^2 + qx + r = 0$ の解 α, β は無理数であるとする。 c が有理数のとき、 $\frac{1}{c-\alpha}$ を $A + B\alpha$ (A, B は有理数) の形に改めよ。

4. 頂角 A が 36° の二等辺三角形 ABC 内に 1 点 P をとり、 $AP : BP = BP : CP = AB : BC$ とする。このとき、次の間に答えよ。

(1) $\triangle ABP$ を A のまわりに回転して AB が AC に重なる所まできたときの位置を $\triangle ACQ$ とすれば、 $\triangle APQ, \triangle CPQ$ の 3 つの内角はそれぞれ何度か。

(2) $\angle APB, \angle APC$ を求めよ。

5. x, y, z が正の実数で、 $x + y + z = \pi$ のとき、 $\frac{1}{3}(\cos x + \cos y + \cos z) \leq \frac{1}{2}$ であることを

を証明せよ。また、等号が成立するのはどんな場合か。

◆選択甲

6. 2つの曲線 $y = 3x^2 - 2x$, $y = (2x^2 - x)t$ について、次の問に答えよ。

- (1) t を $-1 \leq t \leq 1$ の範囲にある定数として、上の2つの曲線で囲まれた部分の面積 S を求めよ。
- (2) t を $-1 \leq t \leq 1$ の範囲内で変化するとき、面積 S の最大値および最小値を求めよ。

7. $f(x)$ は連続関数で、 $f(x) = \sin^2 x + a \int_{-\pi}^{\pi} f(t) dt$ (ただし $a \neq \frac{1}{2\pi}$) を満足する。 $f(x)$ を求めよ。

◆選択乙

8. d cm 離れた2点 A, B を中心とし、それぞれ半径 a cm, b cm の円を書き ($a + b > d > a - b$)、その交点の1つを P とする。2円の共通接線が円 A と接する点を M 、円 B と接する点を N とし、 $\angle PAM$, $\angle PBN$ の二等分線の交点を T とするとき、 PT の長さを求めよ。

9. 2つの放物線 $y = x^2 + ax + b$, $y = x^2 + px + q$ ($a \neq p$) の交点の x 座標を α とする。この2つの放物線のいずれにも接する直線が、 $y = x^2 + ax + b$ に接する点の x 座標を β 、 $y = x^2 + ax + b$ に接する点の x 座標を γ とするとき、 α, β, γ の間にどんな関係があるか。

解答

1. $x < \frac{3+\sqrt{5}}{2}$

2. $x = 120, y = 125, z = 52$

3. $A = \frac{cp+q}{pc^2+qc+r}, B = \frac{p}{pc^2+qc+r}$

4. (1) $\triangle APQ : \angle PAQ = 36^\circ, \angle APQ = \angle AQP = 72^\circ$

$\triangle CPQ : \angle PQC = 36^\circ, \angle QCP = \angle QPC = 72^\circ$

(2) $\angle APC = 144^\circ, \angle APB = 108^\circ$

5. $\cos x + \cos y + \cos z = 2 \sin \frac{z}{2} \cos \frac{x-y}{2} + \cos z = -2 \left(\sin \frac{z}{2} - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{2} \leq \frac{3}{2}$ より。

等号成立は $x = y = z = \frac{\pi}{3}$ のとき。

6. (1) $S = \frac{(2-t)^3}{6(3-2t)^2}$ (2) 最大値 $\frac{9}{50}$ ($t = -1$) 最小値 $\frac{9}{64}$ ($t = \frac{1}{2}$)

7. $f(x) = \sin^2 x + \frac{a\pi}{1-2a\pi}$

8. \sqrt{ab}

9. $\beta + \gamma = 2\alpha$