

◆文理共通

1. a, b, c は正の定数で、 $a > b$ である。 x, y が正の変数で、 $x + y = c$ のとき、 $ax + by$ はどんな範囲か。

2. 直交する 2 平面の交線上の点 A を通り、交線と 45° の角をなす 2 直線 AB, AC を、それぞれの平面上に引くとき、 $\angle BAC$ は何度になるか。

3. z が複素数で $\frac{(i-1)z}{i(z-2)}$ が実数になるように変わるとき、 z は複素平面上でどんな曲線を描くか。

4. $f(x) = x^3 - 3px + p$ (p は実数) の極大値が正、極小値が負になるとき、次の問いに答えよ。

(1) p はどんな範囲にあるか。

(2) $f(x) = 0$ の正の解、負の解の個数を調べよ。

5. m, n, p, q が整数値をとって変わるとき、 $12m + 8n$ の形の整数全部の集合を M とし、 $20p + 16q$ の形の整数全部の集合を N とする。 M と N の一致することを証明せよ。

6. 平面上に点 P と $\triangle ABC$ とがあつて、 $\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} = \vec{AB}$ である。 P と $\triangle ABC$ とはどんな位置関係にあるか。

7. 平面上に縦に 8 本の平行線が 2cm 間隔に、横に m 本 ($m > 4$) の平行線が 3cm 間隔に並んでいるとき、次の問に答えよ。

(1) 長方形はいくつあるか。

(2) (1)のうち正方形になるものはいくつあるか。

8. $a > 0$ のとき 2 曲線 $y = x^3 - ax^2$, $y = -ax^2 + bx + c$ は点 $(a, 0)$ において共通な接線を持ち、2 曲線で囲まれる図形の面積が 12 である。 a の値を求めよ。

◆理系

9. 平均 m , 分散 4 の正規母集団から大きさ n の任意標本を抽出して、その標本平均を \bar{x} とするとき、次の間に答えよ。

(1) $n = 100$, $\bar{x} = 10$ のとき、信頼度 95% 以上で m の信頼区間を求めよ。

(2) $|\bar{x} - m| \leq \frac{1}{2}$ となる確率が 95% 以上であるようにしたい。 n のどのようにすればよいか。

10. 曲線 $(1 + a^2)x^2 + y^2 - 2axy + (2a - 4)x - 2y + 1 = 0$ (a は定数) について、次の間に答えよ。

(1) 個の曲線の囲む面積を求めよ。

(2) この曲線が x 軸と交わらないのは、 a がどんな範囲にあるときか。

(3) $a = 1$ のとき、この曲線が x 軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ。

解答

1. $bc < ax + by < ac$

2. 60° または 120°

3. 中心 $1+i$, 半径 $\sqrt{2}$ の円周上。ただし、 $z=2$ は除く。

4. (1) $p > \frac{1}{4}$ (2) 正の解 2 個, 負の解 1 個

5. 略

6. 点 P は辺 AC を 1 : 2 に内分する点

7. (1) $14m(m-1)$ 個 (2) $7m-18$ 個

8. $a = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

9. (1) $9.6 \leq m \leq 10.4$ (2) $64 \leq n$

10. (1) 4π (2) $a > \frac{3}{4}$ (3) $24\pi^2$