1968 年

神戸大学　数学入試問題

◆文理共通

１．x についての次の不等式を解け。

$$\log_{\frac{1}{2}}(3-x) \geqq \log_{\frac{1}{4}}|x-2|-1$$

２．7 進法で表すと 3 けたとなる正の整数がある。これを 11 進法で表すと、やはり 3 けたで、数字の順序がもととちょうど反対になる。このような整数を 10 進法で表せ。

３．相交わる 2 平面 P , Q がある。その交線 l 上の 1 点 A を通って、平面 Q 上に直線 AB を引く。いま平面 P と平面 Q とのなす角を α , 直線 AB と直線 l とのなす角を β , また直線 AB と平面 P とのなす角を γ とおくと、$\sin\gamma = \sin\alpha\sin\beta$ が成り立つことを証明せよ。ただし、 α, β, γ はいずれも正の鋭角とする。

４．$z^3-2|z|+1=0$ を満たすような複素数 z で、実数でないものの個数を求めよ。ただし、$z=x+yi$ ($i=\sqrt{-1}$, x , y は実数)とするとき、$|z|=\sqrt{x^2+y^2}$ である。

５．2 次不等式 $y>a_1x^2+b_1x+c_1$, および $y>a_2x^2+b_2x+c_2$ を同時に満たす点(x , y)の領域を D とする。D が次の性質(A)をもつための必要かつ十分な条件を、係数 a_1 , b_1 , a_2 , b_2 , c_1 , c_2 で表せ。

性質(A) : 2 点 P , Q がともに D の点であるときは、線分 PQ 上のいかなる点もまた D の点である。

６．x の関数 $f(x)$について、次の極限値 $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a-h)}{2h}$ が存在するとき、その値を $f^*(a)$で表すことにする。このとき、次の問い(1)～(2)に答えよ。

(1) $x=a$ における微分係数 $f'(a)$が存在すれば、同じ a について $f^*(a)$もまた存在するといえるか、理由をつけて答えよ。

(2) $f(x)=x+|x|$について、$f'(0)$および $f^*(0)$がそれぞれ存在するかどうかを調べよ。

７．$2x+3y=1$ で、かつ $x \geqq 0$, $y \geqq 0$ とするとき、x^2+y^2 の値を最大および最小とする x , y を求めよ。

◆理系

８．次の問い(1)〜(2)における $f(x)$, $g(x)$ はいかなる関数であるか。ただし $0 \leqq |x| \leqq 1$ とし、n は整数とする。

(1) $f(x)=\lim_{n\to\infty}(\sqrt{n^2\pi^2+x^2}-n\pi)$

(2) $g(x)=\lim_{n\to\infty}\dfrac{(-1)^n\sin\sqrt{n^2\pi^2+x^2}}{\sqrt{n^2\pi^2+x^2}-n\pi}$

９．次の定積分の値が最小となるように、a , b の値を定めよ。ただし、n は与えられた整数とする。

$$I=\int_{-1}^{1}(x^2-ax-b\cos n\pi x)^2\,dx$$

解答

１．$x = 1$，$5 - 2\sqrt{2} \leqq x < 3$

２．190 , 247

３．略

４．6 個

５．$a_1 > 0$, $a_2 > 0$ または $a_1 a_2 < 0$ かつ$(b_1 - a_2)\ 2 - 4(a_1 - a_2)(c_1 - c_2) \leqq 0$

６．(1) $f'(a)$が存在すれば$f^*(a)$も存在する (2)　$f'(0)$は存在しない。$f^*(a)$は存在する。

７．$x = \frac{1}{2}$, $y = 0$ のとき最大，$x = \frac{3\sqrt{6} - 4}{19}$, $y = \frac{9 - 2\sqrt{6}}{19}$ のとき最小

８．(1) 0　(2) 1

９．$n = 0$ のとき $a = 0$, $b = \frac{1}{3}$　$n \neq 0$ のとき $a = 0$, $b = (-1)^n \frac{4}{n^2 \pi^2}$