1991 年	神戸大学　数学入試問題	

◆文理共通

1．xy 平面上の直線 $y=x$ を l とし、次の条件(i) , (ii)をみたす、行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ で表される 1 次変換を f とする。

(i) l 上の任意の点は f によって動かない。

(ii) l に関して対称な任意の 2 点の f による像は l に関して対称である。

このとき、次の各問に答えよ。

(1)　b , c , d を a を用いて表せ。

(2) だ円 $x^2+\dfrac{y^2}{4}=1$ を原点を中心として正の向き（反時計回り）に 45° 回転した図形の f による像が円であるとき、a の値を求めよ。

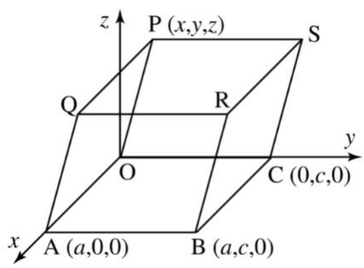
2．$a_1=2$, $a_{n+1}=\dfrac{a_n}{2}+\dfrac{1}{a_n}$ ($n=1\,,2\,,3\,,\ \cdots$)とする。このとき、次の各問に答えよ。

(1) $\sqrt{2}<a_{n+1}<a_n$ ($n=1\,,2\,,3\,,\ \cdots$)を示せ。

(2) $a_{n+1}-\sqrt{2}<\dfrac{(a_n-\sqrt{2})^2}{2}$ ($n=1\,,2\,,3\,,\ \cdots$)を示せ。

(3) $|\,a_5-\sqrt{2}\,|<10^{-10}$ を示せ。ただし、$1.41<\sqrt{2}<1.42$ を用いてよい、

3．O を原点とする座標空間内に、4 点 A(a , 0 , 0) , B(a , c , 0) , C(0 , c , 0) , P(x , y , z)をとる。ここで a , c は正の定数で、$z>0$ とする。図のような，長方形 OABC を底面とする平行六面体 OABC - PQRS を考える。このとき、次の各問に答えよ。



(1) 直線 OR と三角形 QBS が直交する条件を求めよ。

(2) (1)の条件のもとで、z がとりうる最大値を求めよ。

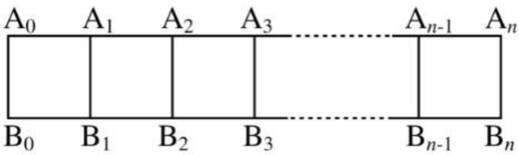
◆理系

４．正の整数 n と実数 a に対して $f_n(x)=\int_0^{\pi}(\cos x+a\sin 2nx)^2\,dx$ とおく。このとき、次の各問に答えよ。

(1) $f_n(a)$を求めよ。

(2) $f_n(a)$を最小にする a の値を a_n とするとき、$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n}$ の値を求めよ。

５．図のように、たての長さ 1，横の長さ n（$n=1,2,3,\cdots$）の長方形を、1 辺の長さが 1 の正方形に分割した図形を考える。



この図形の長さ 1 の各辺（$A_0A_1, A_1A_2, \cdots, A_{n-1}A_n, A_0B_0, A_1B_1, \cdots, A_nB_n, B_0B_1, B_1B_2, \cdots, B_{n-1}B_n$）に赤または白の色を塗る。どちらの色を塗るかは、各辺ごとにさいころをふって決め、，偶数の目が出れば赤，奇数の目が出れば白とする。　このとき、この図形の左端の点 A_0 または B_0 から右端の点 A_n に、赤い辺だけを伝って到達できる事象を E とする。また、左端の点 A_0 または B_0 から右端の点 B_n に、赤い辺だけを伝って到達できる確率を F とする。事象 E の確率を p_n，E と F がともに起こる事象の確率を q_n とするとき、次の各問に答えよ。

(1) p_1 および q_1 の値を求めよ。

(2) p_n および q_n（$n=1,2,3,\cdots$）を p_{n-1} と q_{n-1} を用いて表せ。

(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}p_n=0$ を示せ。