1997 年	# 神戸大学　数学入試問題	

◆理系

１．3 次関数 $f(x)=ax^3+(a-2)x$（$a>0$）について、次の問いに答えよ。
(1) $y=f(x)$が極値をもつような a の値の範囲を求めよ。
(2) $y=f(x)$が極値をもつとき、極大値と極小値の差が $2|a-2|$と等しくなるような a の値を求めよ。

２．$2n$ 個の白玉と n 個の赤玉をでたらめに並べる。このとき、次の問いに答えよ。
(1) 直線上に並べるときに赤玉どうしが隣り合わない確率を求めよ。
(2) 円周上に並べるときに赤玉どうしが隣り合わない確率を求めよ。

３．次の **3A** と **3B** のいずれかを選択して答えよ。

3A. 平面上の相異なる 2 点 A , B は原点 O と異なり、3 点 O , A , B は同一直線上にないとする。ここで、$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}\,,\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とする。

平面上の一次変換 f が条件 $f(\vec{a})=\vec{a}\,,\ f(\vec{b})=3\vec{a}+2\vec{b}$ をみたすとき、次の問いに答えよ。

(1) $f(t\vec{a}+\vec{b}) \mathbin{/\!/} t\vec{a}+\vec{b}$ をみたすような実数 t を求めよ。

(2) 点 A を通り、原点を通らない直線 l であって、変換 f によって l の点がすべて l の点にうつされるような直線 l の方程式を求めよ。

3B. 複素平面上において、複素数 $0\,,\,2\,,\,z\,,\,z^2$ を表す点をそれぞれ O , A , B , C とする。3 点 O , A , B が三角形の頂点をなすとき、次の問いに答えよ。
(1) △OAB が直角三角形になるとき、点 B は複素平面上でどのような図形上にあるかを図示せよ。
(2) △OAB が直角三角形であり、かつ、∠AOC が直角になるときの z を求めよ。

４．数列$\{a_n\}$は$0 < a_1 < 3$, $a_{n+1} = 1 + \sqrt{1 + a_n}$ （ $n = 1 , 2 , 3 , \cdots$ ）をみたすものとする。

このとき、次の(1) , (2) , (3)を示せ。

(1) $n = 1 , 2 , 3 , \cdots$に対して、$0 < a_n < 3$ が成り立つ。

(2) $n = 1 , 2 , 3 , \cdots$に対して、$3 - a_n \leqq \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}(3 - a_1)$ が成り立つ。

(3) $\lim_{n \to \infty} a_n = 3$

５．曲線 $y = \sqrt{1 - x^2}$ を C_1、曲線 $y = \frac{1}{1 + x^2}$ を C_2 とし、C_1 と C_2 の$(x , y) = (0 , 1)$以外の交点の x 座標を$\pm a$（ $a > 0$ ）とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) a^2 の値を求めよ。

(2) $0 \leqq x \leqq a$ で 2 つの曲線 C_1 , C_2 に囲まれた部分の面積を S_1 とする。また、$a \leqq x \leqq 1$ で 2 つの曲線 C_1 , C_2 と直線 $x = 1$ に囲まれた部分の面積を S_2 とする。S_1 と S_2 の大小を判定せよ。

◆文系

１．△ABC において、辺 AB を 2 : 1 に内分する点を L、辺 AC の中点を M , 線分 CL と線分 BM の交点を P とする。線分 AP の延長線が線分 BC と交わる点を N とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{AP}$ を $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{AN}$ を $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ を用いて表せ。

(3) $\angle ACB = \theta$, $AC = 2a$ とする。$\overrightarrow{AN}$ と $\overrightarrow{BC}$ が直交するときに、線分 BC , AB の長さを a と θ を用いて表せ。

２．次の **2A** と **2B** のいずれかを選択して答えよ。

2A. 平面 $x+2y+z=2$ を π 、直線 $\dfrac{x-1}{a}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{-4}$ を l とし、π と l は交点をもたないとする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) 平面 π に関し点 $(1,2,-1)$ と対称な点を通り直線 l と平行な直線の方程式を求めよ。

2B. 互いに異なる 3 つの複素数 α,β,γ の間に、等式

$$\alpha^3-3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2-\beta^3=8(\beta^3-3\beta^2\gamma+3\beta\gamma^2-\gamma^3)$$

が成り立つとする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $\dfrac{\alpha-\beta}{\gamma-\beta}$ を求めよ。

(2) 3 点 α,β,γ が同一直線上にないとき、それらを頂点とする三角形はどのような三角形か。

３．理系１と同じ