

## ◆理系

1. 行列  $A, B$  を  $A = \begin{pmatrix} k & 4 \\ -1 & k-4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \end{pmatrix}$  とする。次の間に答えよ。

(1)  $A$  の逆行列が存在しないような  $k$  の値を求めよ。

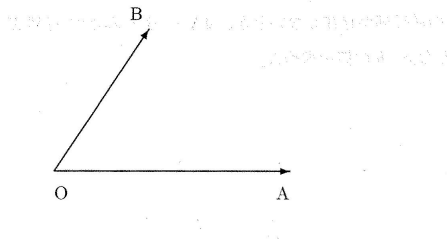
(2)  $A$  の逆行列が存在するとき、 $AX=B$  となる  $X = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$  を  $a, b, k$  を用いて表せ。

(3)  $A$  の逆行列が存在しないとき、 $AX=B$  をみたす行列  $X$  があるような  $a, b$  の値を求めよ。

2. 3 点  $O, A, B$  は、一直線上にない点とし、 $\overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB}$  とする。また、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}$  とおく。このとき次の間に答えよ。

(1) 点  $P$  を  $\overrightarrow{BP} = t\overrightarrow{BC}$  ( $t$  は実数) をみたす点とする。このとき、 $\overrightarrow{OP}$  を  $\vec{a}, \vec{b}, t$  を用いて表せ。

(2) 点  $Q$  を  $\overrightarrow{OQ} = 2s\overrightarrow{OA}$  ( $s$  は実数) をみたす点とする。  $P$  と  $Q$  の中点を  $M$  とする。  $t, s$  が  $0 \leq t \leq 1, 0 \leq s \leq 1$  をみたしながら変化するとき、点  $M$  の存在する範囲を図示せよ。



3. 次の間に答えよ。

(1)  $a, b, c$  を整数とする。  $x$  に関する 3 次方程式  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  が有理数の解をもつならば、その解は整数であることを示せ。ただし、正の有理数は 1 以外の公約数をもたない 2 つの自然数  $m, n$  を用いて  $\frac{n}{m}$  と表せることを用いよ。

(2) 方程式  $x^3 + 2x^2 + 2 = 0$  は、有理数の解をもたないことを背理法を用いて示せ。

4. 関数  $f(x) = 1 + \frac{1}{2x} + \frac{\log x}{x}$  ( $x > 0$ ) を考える。次の間に答えよ。ただし、 $e$  は自然対数  $\log x$  の底である。

(1)  $f(x)$  の極値と変曲点を求め、グラフの概形を描け。ここで、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$  を用いてよい。また、グラフの座標軸との交点の座標は求めなくてよい。

(2) 定積分  $\int_{\frac{1}{e}}^e f(x) dx$  の値を求めよ。

5. 白球 3 個、赤球 2 個、青球 1 個、合計 6 個の球が入っている袋がある。最初に A 君が、次のルール(i),(ii)に従って袋から球を 1 個または 2 個取り出す。次に B 君が同じルールに従って、袋に残った球を 1 個または 2 個取り出す。ただし、いったん取り出した球は元の袋には戻さないものとする。

(i) 取り出した 1 個目が赤球ならば、2 個目を取り出すことはできない。

(ii) 取り出した 1 個目が赤球以外ならば、さらに 1 個だけ取り出す。

白球は 1 点、赤球は 2 点、青球は 3 点とし、取り出した球の合計点を各自の得点とする。このとき、次の間に答えよ。

(1) A 君と B 君の得点と同じになる確率  $p_1$  を求めよ。

(2) A 君の得点が B 君の得点より大きくなる確率  $p_2$  を求めよ。

## ◆文系

1. 次の間に答えよ。

(1) 複素数  $1+i$  および  $1+\sqrt{3}i$  を極形式で表せ。ただし、 $i$  は虚数単位である。

(2) 正の整数  $m, n$  が  $|(1+i)^n| = |(1+\sqrt{3}i)^m|$  をみたすとき、 $m, n$  の関係式を求めよ。

(3) 正の整数  $m, n$  で  $(1+i)^n = (1+\sqrt{3}i)^m$  かつ  $m+n \leq 100$  をみたす組  $(m, n)$  をすべて求めよ。

2. 理系 2 と同じ

3.  $a$  を正の定数として、関数  $f(x) = (x - 1)\{4x^2 - (6a - 4)x + 12a - 11\}$  を考える。次の問に答えよ。

(1) 導関数  $f'(x)$  を求めよ。

(2)  $f'(x) \geq 0$  が区間  $0 \leq x \leq 2$  でなりたつとき、 $a$  の取りうる値の範囲を求めよ。

(3) (2) のとき、区間  $0 \leq x \leq 2$  における  $|f(x)|$  の最大値を求めよ。