1961 年

大阪大学　数学入試問題

１.（ 文 ） 半径 r の円に内接する四辺形 ABCD の対角線 AC , BD の交点を E , 辺 AD , BC の延長の交点を F とする。4 点 C , D , E , F が同一円周上にあるとき、辺 AB の長さを r で表わせ。

２.（ 理 ） 次の(1), (2), (3)をこの順に解け。

(1) 角AOBの辺OA上に異なる3点X_1 , X_2 , X_3、辺OB上に3点Y_1 ,Y_2 , Y_3をとって、$OX_1 + OY_1 = OX_2 + OY_2 = OX_3 + OY_3$ のようにすれば、$\triangle OX_1Y_1$, $\triangle OX_2Y_2$, $\triangle OX_3Y_3$ の面積が全部同じであることはない。これを証明せよ。

(2) 四辺形ABCDの辺AD , BC上にそれぞれ点X , Yをとって、折線XABYの長さがこの四辺形の周の半分に等しくなるようにすれば、X , Yを結ぶ線分XYはつねに四辺形の面積を2等分するという。このとき辺AD , BCは互いに平行であることを証明せよ。

(3) (2)の四辺形 ABCD はどんな四辺形か。その形を決定せよ。

３.（ 文・理 ） 6桁の自然数がある。一番左の数字を一番右へ移してできる6桁の数は、もとの数の3倍になるという。もとの自然数を求めよ。

４.（ 文・理 ） 方程式 $2x^2 + 3xy + ay^2 + bx + 2y + 4 = 0$ は互いに直交する2つの直線を表わすという。これらの2直線を求め、図示せよ。

５.（ 文・理 ） x , yが不等式 $y \geqq x^2 - 1,\ y \leqq \dfrac{5}{6}(x+1)$ を同時に満足するとき、$x^2 - y^2$ が最大および最小となるようなx , yの値を求めよ。

６.（ 文・理 ） 曲線 $y = 1 + 5x^2 + \cos^2 2x$ 上の点P(a , b)における法線（接線と接点において直交する直線）がy軸と交わる点Qのy座標をkとするとき、$\lim_{a \to 0} k$ を求めよ。

７.（ 文・理 ） 点(1 , 1)を通る曲線 $y = ax^2 + bx$（ $a < 0$ ）と曲線 $y = x^2 - 2$ が囲む部分の面積を最小とするように、a , bの値を定めよ。