1962 年	# 大阪大学　数学入試問題

１．（ 文・理 ）中心Oの定円に内接し、点Oを内部に含む四辺形ABCDを

(1)　$\angle \mathrm{AOB}=60^\circ$

(2)　$\angle \mathrm{AOD}+\angle \mathrm{BOC}=180^\circ$

となるようにとり，直線ADと直線BCとの交点をPとする。いま、A , Bを固定して、条件(2)を満たしながら、C , Dを動かすとき、線分APが最大になるのは、∠AODが何度のときか。

２．（ 文 ）毎分一定の水量が湧き出る池を、満水のときから、いったん全部排水するのに、甲 , 乙 2 本の管がある。甲管だけで排水すると、乙管だけの場合より、10 分早く排水する。

また、10 分間甲管を使用してから、甲管を閉じ、ただちに乙管を使用すれば、その後 15 分間で排水できる。甲管だけを使って排水するには、何分かかるか。ただし、各管の排水速度はそれぞれ一定とする。

３．（ 文・理 ）不等式 $x+y+1 \geqq \sqrt{2xy-2y}$ を満たす x , y を座標とする点はどんな範囲にあるかを図示せよ。

４．（ 文 ）放物線 $y=x^2-2$ 上の点 P と、2 点 A$(-1 , 0)$, B$(1 , a)$（ $a \geqq 0$ ）とを結ぶ線分 AP , BP をそれぞれ 1 辺とする正方形の面積の和を S とする。

(1)　点 P の座標をどのように選べば、S は最小となるか。また、その S の最小値を a を使って表わせ。

(2)　この S の最小値が最も小さくなるように、点 B の位置を定めよ。

５．（ 理 ）半径 r ㎝の球形で、最上部に小孔のある器 A と、線分 $y=mx$（ $r \geqq y \geqq 0$ ）を y 軸のまわりに回転させてできた円錐形の器 B がある。A の球の中心と、B の円錐の頂点とを同一水平面上におき、円錐の軸は鉛直にしておく。両器の最下部を細い管でつなぎ、水を A の中心の高さまであらかじめ入れておき、その後、毎秒 a ㎝^{3} の割合で、B に水をそそいだところ、両器の水面の高さは等しく、その上昇速度は、A の小孔に達するまで一定で、共に毎秒 b ㎝であった。m および r の値を定めよ。

６．（ 理 ）$10a^2+81a+207$, $a+2$, $26-2a$ を適当な順にならべると、それらの常用対数が、公差 1 の等差数列になった。そのときの a の値を求めよ。

７．（ 理 ）$AB=x$, $AD=y$, $x>y$であるような長方形ABCDがある。対角線ACに関するBの対称点をE , 直線AEと直線CDとの交点をPとするとき、三角形PEDの面積をx , yで表わせ。次に、AC = 1cmであるとき、三角形PEDの面積を最大にするには、ABを何cmにすればよいか。

８．（ 文 ）放物線 $y=x^2+1$ に，x軸上の点P (a , 0) から2つの接線を引き、その接点をそれぞれS , Tとする。この放物線と、2つの線分P S , P Tとで囲まれた部分の面積をaを用いて表わせ。

９．（ 文・理 ） $f(x)=\int_0^x(\cos t+\sin 2t)\,dt$ とするとき、関数$y=f(x)$のグラフをえがけ。