

1963年

# 大阪大学 数学入試問題

1. (文・理) 円O外の1点Pから、この円に2つの接線を引き、その接点をA, Bとする。線分PAの midpoint MとBとを結ぶ線分MBが円Oと交わる点をCとし、直線PCが円Oと再び交わる点をDとする。

(1)  $\angle APD = \angle PDB$ であることを証明せよ。

(2) 円Oの半径を1,  $\angle APB = 45^\circ$  とするとき、線分BDの長さを求めよ。

2. (文・理) 不等式  $ax^4 + x^2 - a^2 < 0$  を満足するxの範囲が  $-2 < x < 2$  となるように定数aの値を決定せよ。

3. (文・理)  $-2 \leq x < 2$  のとき  $\log_2(x^2 + 2xy - 3y^2)$  …… (A) が定義されるようなx, yを座標とする点(x, y)の存在する範囲を図示せよ。

次に、式(A)の値が、この範囲で、最大となるようにx, yの値を定めよ。なお、そのときの式(A)の値はいくらか。

4. (文・理) xの関数  $y = 2x^3 - 3(a-1)x^2 + 6(a-2)x - 4$  のグラフがx軸の正の部分に接し、その接点でyが極小になるように、aの値を定めよ。

5. (理) 1辺の長さaの正方形ABCDの辺BC上にB, Cと異なる点Pをとり、線分AP上に点Eを  $AE = AB$  となるようにとる。正方形ABCDをAのまわりに、辺ABがAEに重なるように、回転して正方形AEFGを作り、辺EFと辺CDとの交点をQとする。

(1) 四辺形EPCQの面積Sを線分DQの長さxを用いて表わせ。

(2) Pが辺BC上を動くとき、 $\angle PAB$ のどんな値に対してこの面積Sが最大となるか。

6. (理) 円  $C: x^2 + y^2 = 1$  の外にある点(a, 0) (ただし、 $a > 0$  とする) を通り、円Cに接する直線lがある。円Cおよび直線lがx軸のまわりに回転してできる球面および円錐面をそれぞれS, Kとする。SとKによって囲まれる部分の体積がSの内部の体積に等しくなるようなaの値を求めよ。