1965年	大阪大学　数学入試問題

１．（ 文・理 ）$\triangle ABC$において、ACの中点をM，$\angle A$の二等分線がBC，BMと交わる点をそれぞれD，Eとする。BE : EM = $\sqrt{2}:1$であるとき、次の(1)，(2) に答えよ。

(1) BD = BEであることを証明せよ。

(2) $\angle MBC$が45°で、$AC = 2a$ のとき、BCの長さをaで表わせ。

２．（ 文・理 ）実数x，yが$|x-y|<k$を満たしているとき、$\left|\dfrac{1}{x^2+1}-\dfrac{1}{y^2-1}\right|<k$ が成り立つことを示せ。

３．（ 文・理 ）相異なる3直線$(1-a)x+9y+3=0$ … ①，$2x-(4+a)y-1=0$ … ②，$-6x+18y+(5-a)=0$ … ③ がある。

(1) 2直線①，③が平行であるとき、aの値を求めよ。

(2) 3直線①，②，③が互いに平行になることがあるか。

(3) 直線②が2直線①,③の交点を通るとき、aの値を求めよ。

４．（ 文・理 ）方程式 $x^3-3x+a=0$ が相異なる3実数解α,β,γをもっているとする。ただし、aは正の定数で、$\alpha<\beta<\gamma$である。

(1) $|\alpha|,|\beta|,|\gamma|$の大小を比較せよ。

(2) さらに、aと$|\alpha|,|\beta|,|\gamma|$との大小を調べよ。

５．（ 理 ）放物線$y=x^2$がある。原点を通り傾き1の直線がこの放物線とふたたび交わる点をP_1とし、次にP_1を通り傾き$\dfrac{1}{2}$の直線が放物線と再び交わる点をP_2，P_2を通り傾き$\dfrac{1}{4}$の直線が放物線とふたたび交わる点をP_3とする。このようにしてP_1，P_2，P_3 …を定め、一般にP_nを通り傾き2^{-n}の直線が放物線とふたたび交わる点をP_{n+1}とする。P_nの座標を(x_n, y_n)とするとき、x_{2n+1}を求めよ。なお、点P_1，P_2，P_3 …はどのような点に近づくか。

６．（ 理 ）放物線$y=ax^2+bx+c$（ただし$a>0$とする）があり、その上の点$(1,1)$における接線は原点を通るとする。この放物線および3直線$x=0$，$x=1$，$y=0$で囲まれる図形の面積をaで表わせ。また、この放物線の頂点が第二象限$(x<0, y>0)$にあるとき、上の面積はどんな範囲の値をとるか。