1966 年	大阪大学　数学入試問題	

１．（ 文・理 ） 関数$f(x)=x^4+ax^3+bx^2+c$について、次の問に答えよ。
⑴ $b<0$のとき、$f(x)$が相異なる3つのxの値において極値をとることを示せ。
⑵ $f(x)$が極値をとるxの値がただ1つであるための条件を求めよ。
⑶ ⑴の場合、$f(x)$が極値をとるxの値のうちで最小のものをα、最大のものをβとするとき、$f(\alpha)$と$f(\beta)$の大小をくらべよ。

２．（ 文・理 ） 平面上に互いに平行な相異なる3直線l , m , nがあり、nはlとmの間にある。lとnの距離をa , nとmの距離をbとする。このとき、3頂点がそれぞれl , m , n上にある正三角形の1辺の長さxを求めよ。また、lとmを固定したとき、xが最小となるのはnがどのような位置にあるときか。

３．（ 文・理 ） 実数a , b , cの関係式 $a^2+b^2+c^2-10a-11=0$, $a^2-bc-4a-5=0$ について、次の問に答えよ。
(1) 実数aがどのような範囲の値であるとき、上の関係式を満たす実数b , cが存在するか。そのaの範囲を求めよ。
(2) 実数a , b , cが上の関係式を満たすとき、$ab+bc+ca$ の最小値を求めよ。

４．（ 理 ） 1辺の長さaの正三角形ABCと角θ（$0<\theta<30°$）が与えられている。いま、辺BC，辺CA，辺AB上にそれぞれ点A_1 , B_1 , C_1を$\angle BAA_1=\angle CA_1B_1=\angle AB_1C_1=\theta$となるように定める。次に辺BC，辺CA，辺AB上にそれぞれ点A_2 , B_2 , C_2を$\angle BC_1A_2=\angle CA_2B_2=\angle AB_2C_2=\theta$となるように定め，同様にして$A_n$, B_n , C_n（$n=3$, 4，…）を定める。
⑴ BA_1の長さをbとしBA_n , CB_nおよびAC_nの長さをa , bで表わせ。
⑵ $n\to\infty$のとき、点A_n , B_n , C_nがそれぞれ辺BC，辺CA，辺AB上の定点に限りなく近づくことを示せ。
⑶ ⑵においてA_n , B_nが限りなく近づく定点をそれぞれA_0 , B_0とするとき線分A_0B_0の長さを求めよ。

５.（ 理 ） 曲線 $y=\sqrt{4ax}$ ($a>0$)上の1点P (x_1 , y_1)でこの曲線に接する接線がx軸と交わる点をQとし、点(a , 0)をFとする。線分PF , x軸およびこの曲線によって囲まれる部分の面積をS_1、線分PQ , x軸およびこの曲線によって囲まれる部分の面積をS_2とする。

(1) S_1とS_2の大小をくらべよ。

(2) 点Pのx座標x_1が$0<x_1\leqq 5a$の範囲内にあるように点Pがこの曲線上を動くとき、$|S_1-S_2|$の最大値を求めよ。

６.（ 文・理 ） 曲線$y=\log x$上の、2つの定点P , Qおよび1つの動点Tのx座標をそれぞれ1 , a , t ($1<t<a$)とする。線分PTと曲線によって囲まれる部分の面積をS_1 , 線分TQと曲線によって囲まれる部分の面積をS_2とするとき、S_1+S_2の値を最小にするようにtの値を定めよ。